

N° d'enregistrement
au C.N.R.S.

THESE
DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée
A L'UNIVERSITE PARIS VI

par
M. Zoran ZARIĆ

pour obtenir
LE GRADE DE DOCTEUR ES — SCIENCES

**CONTRIBUTION A L'ETUDE STATISTIQUE
DE LA TURBULENCE PARIETALE**

Soutenue le 14 février 1974, devant la Commission d'Examen

M.M. A. FORTIER
E.A. BRUN

Président
Invité

R. COMOLET
R. SIESTRUNCK

} Examineurs

N° d'enregistrement
au C.N.R.S.

THESE
DE DOCTORAT D'ETAT ES SCIENCES PHYSIQUES

présentée
A L'UNIVERSITE PARIS VI

par
M. Zoran ZARIĆ

pour obtenir
LE GRADE DE DOCTEUR ES — SCIENCES

**CONTRIBUTION A L'ETUDE STATISTIQUE
DE LA TURBULENCE PARIETALE**

Soutenue le 14 février 1974, devant la Commission d'Examen

M.M. A. FORTIER
E.A. BRUN

Président
Invité

R. COMOLET
R. SIESTRUNCK

} Examineurs



**CONTRIBUTION A L'ETUDE STATISTIQUE
DE LA TURBULENCE PARIETALE**

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE STATISTIQUE
DE LA RÉPONSE ÉLÉMENTAIRE

A VIDA et PRIBISLAV ZARIĆ

AVANT – PROPOS

L'étude présentée dans ce mémoire a été effectuée au Laboratoire de transfert thermique de l'Institut "Boris Kidrič", Belgrade; Yougoslavie, dirigée par Monsieur P. ANASTASIJEVIĆ.

Cette thèse a été placée sous la direction de Monsieur le Professeur A. FORTIER, Professeur à l'Université de Paris VI. Je tiens à lui exprimer mes plus vifs remerciements pour les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de ce travail.

Monsieur le Professeur E. A. BRUN, Membre de l'Académie des sciences, nous a fait l'honneur de s'intéresser à nos recherches et de participer au Jury de cette thèse; nous lui en sommes profondément reconnaissants.

Mes remerciements sont également à Monsieur le Professeur R. COMOLET et Monsieur le Professeur R. SIESTRUNCK qui ont bien voulu faire partie du Jury de cette thèse.

Nous tenons enfin à adresser nos plus vifs remerciements à tous nos collègues du Laboratoire de transfert thermique et du Centre de calcul de l'Institut "Boris Kidrič" pour l'aide efficace qu'ils nous ont apportée.

TABLE DES MATIERS

INTRODUCTION

NOTATIONS

Chapitre I

LA TURBULENCE PARIETALE

1.1	Considerations théoriques	9
1.2	Résultats expérimentaux sur l'écoulement fluctuation	13
1.3	Structure de la sous-couche visqueuse	14
1.4	Etudes des phénomènes instantanés dans les couches pariétales	19
1.5	Phénomène de l'intermittence	24
1.6	Intermittence dans les couches pariétales	28

Chapitre II

INSTALLATION ET METHODE EXPERIMENTALE

2.1	Installation	31
2.2	Mesure de vitesse et de température	32
2.3	Etalonnage	34
2.4	Corrections apportées aux vitesses	36
2.5	Corrections apportées aux températures	38
2.6	Enregistrement des signaux	40

Chapitre III

ECOULEMENT MOYEN

3.1	Généralités	43
3.2	Écoulement isotherme	43
3.3	Écoulement non-isotherme	46

Chapitre IV

DISTRIBUTIONS DE PROBABILITE DES VITESSES ET DES TEMPERATURES

4.1	Généralités	49
4.2	Écoulement isotherme	52
4.3	Analyse statistique des signaux provenant d'un fil chaud	59
4.4	Écoulement non-isotherme	62

Chapitre V
DISTRIBUTIONS DE PROBABILITE DES DERIVEES

5.1 Généralités	67
5.2 Ecoulement isotherme	68
5.3 Ecoulement non-isotherme	72

Chapitre VI
ANALYSE HARMONIQUE

6.1 Généralités	75
6.2 Spectres de vitesse	79
6.3 Spectres de température	85
6.4 Spectres de dérivées	87

Chapitre VII
ANALYSE PAR ECHANTILLONNAGE CONDITIONNEL

7.1 Justification	91
7.2 Echantillonnage cyclique	93
7.3 Echantillonnage stochastique	101
7.4 Resultats et discussion	109
CONCLUSIONS	119
REFERENCES	123
ANNEXE	137

INTRODUCTION

L'étude actuelle a été inspirée par l'intérêt que peut avoir l'ingénieur à intensifier les transferts thermiques par convection turbulente dans les écoulements de gaz. Un travail préliminaire avait démontré qu'une augmentation appréciable du transfert thermique peut être produite par une variation longitudinale du gradient de pression dans un conduit divergent-convergent (ZARIĆ, 1964a, 1964b). L'idée qui a conduit à cette présente étude a été de mieux comprendre les phénomènes physiques qui conduisent à l'intensification du transfert thermique. On a été ainsi conduit à construire un canal divergent-convergent pour pouvoir effectuer des mesures détaillées de fluctuations de vitesse et de température tout près de la paroi (ZARIĆ, 1967).

Les premiers résultats de ces mesures ont, en effet, confirmé que l'intensification du transfert thermique est associée à l'augmentation considérable de l'intensité de turbulence au voisinage de la paroi (ZARIĆ, 1968a). On s'est, quand même, aperçu que, dans les conditions d'une intensité de turbulence élevée on ne savait pas très bien ce qui était mesuré et que les résultats, même avec des précautions d'étalonnage et des corrections, n'étaient que qualitatifs (ZARIĆ, 1968b). On a essayé de faire mieux par l'analyse statistique des signaux provenant d'un fil chaud (ZARIĆ, 1969a, 1969b), mais finalement les résultats des mesures dans les sections où le gradient de pression longitudinal varie ne restent que qualitatifs (ZARIĆ, 1970, 1972b).

La recherche préliminaire dans le cadre de cette étude, nous a servi à développer les méthodes de mesure et la manière de les interpréter. Cette recherche a confirmé, une nouvelle fois, que la turbulence était un phénomène extrêmement complexe et mal connu, et qu'elle nécessitait des études expérimentales fondamentales destinées à mettre en évidence le mécanisme physique. Mais, pour être fondamentales les recherches expérimentales doivent conduire à des résultats dignes de confiance; donc il faut les faire dans les écoulements les plus simples. En particulier on a été ainsi conduit à les faire dans la zone du canal où l'écoulement s'approche le plus d'un régime établi.

La recherche préliminaire a, en outre confirmé que les mesures fondamentales de turbulence pariétale doivent nécessairement être statistiques; c'est-à-dire propre à une analyse statistique complète. Alors, il n'existe qu'une solution; c'est d'utiliser l'analyse digitale et les ordinateurs modernes, les seuls capables pour une analyse vraiment statistique.

Notons enfin qu'au cours de l'analyse statistique conventionnelle, on s'est aperçu, comme l'ont d'ailleurs fait remarquer récemment, d'autres chercheurs, que l'analyse, fondée sur des observations longues conduit à perdre certaines infor-

mations sur les événements instantanées, ou de courte durée. Le développement des méthodes de l'analyse statistique des événements de courte durée très à la mode aujourd'hui permettent de découvrir des phénomènes physiques qui cacheraient des observations de longue durée; or on a des raisons de croire que ces phénomènes peuvent être fondamentaux pour la compréhension des transferts turbulents.

On arrive donc aux buts suivants de l'étude présentée ici:

- Faire des mesures statistiques des fluctuations de vitesse et de température, tout près de la paroi, dans la section où l'écoulement s'approche le plus d'un régime établi.
- Faire une analyse statistique conventionnelle détaillée, en utilisant un ordinateur digital; y inclure l'analyse des distributions de probabilité et l'analyse harmonique.
- Développer l'analyse statistique des phénomènes de courte durée afin de mieux comprendre le mécanisme des transferts turbulents près de la paroi.

La première partie de ce mémoire est consacrée à l'étude bibliographique de la turbulence pariétale. En ce qui concerne les méthodes théoriques on constate qu'elle sont presque toutes basées sur les hypothèses de Reynolds, c'est-à-dire sur la statistique des observations de longue durée. On a présenté ensuite une revue des données expérimentales, et en premier lieu celles qui concernent l'écoulement fluctuant dans les couches le plus près de la paroi. Les études faites ces dernières années étant de plus en plus consacrées à la recherche des phénomènes intermittents de courte durée, on a présenté les études de l'intermittence, y compris l'intermittence au voisinage des frontières libres. On discute les résultats de ces études et en particulier, la possibilité d'utiliser les analyses des phénomènes intermittents dans les couches pariétales.

La deuxième partie est relative à la description de l'installation et des méthodes de mesure. En particulier on insiste sur l'étalonnage, les corrections apportées aux vitesses et aux températures et l'enregistrement des signaux pour l'analyse digitale.

La troisième partie de ce mémoire, comprenant les chapitres III, IV, V et VI, se rapporte à l'analyse statistique conventionnelle. En particulier, on s'est attaché à préciser l'analyse des distributions de probabilité, jusqu'ici peu étudiées dans le cas de la turbulence pariétale. On présente les distributions de probabilité détaillées des fluctuations de vitesse et de température à différentes distances de la paroi, y compris dans la sous-couche visqueuse. On donne aussi les distributions de probabilité des dérivées de vitesse et de température par rapport au temps qu'on a trouvé insuffisamment étudié dans le cas de la turbulence pariétale. Enfin on termine cette partie par l'analyse harmonique des signaux de vitesse, de température et de leurs dérivées, en utilisant les transformations rapide de Fourier.

La quatrième partie est consacrée à l'analyse statistique des phénomènes intermittents, c'est-à-dire à l'échantillonnage conditionnel. On a développé une méthode originale applicable à l'analyse des phénomènes de courte durée dans les couches pariétales. On discute les résultats obtenus par cette analyse en vue de la réalisation de modèles physiques.

NOTATIONS

1. CONVENTIONS

g, G, g' Respectivement, valeur instantanée, valeur moyenne dans le temps, et fluctuation de la grandeur g ;

$$g = G + g' ; \quad u = U + u' ; \quad t = T + t'$$

Ox_1, x_2, x_3 Trièdre trirectangle: O est à la paroi; Ox_1 est parallèle à l'axe de conduite; Ox_2 est perpendiculaire à la paroi; Ox_3 est parallèle à la paroi et perpendiculaire à l'axe de conduite.

u_i Composantes du vecteur-vitesse instantané, ($i = 1, 2$ ou 3)

σ_i Intensité de fluctuations de la composante u_i :

$$\sigma_i = \sqrt{u_i'^2}$$

s_i Fluctuation de dérivée d'ordre i des vitesses par rapport au temps:

$$s_1 = du/dr ; \quad s_2 = d^2 u/dr^2 ; \quad s_3 = d^3 u/dr^3$$

s_{ti} Fluctuation de dérivée d'ordre i des températures par rapport au temps:

$$s_{t1} = dt/dr ; \quad s_{t2} = d^2 t/dr^2 ; \quad s_{t3} = d^3 t/dr^3$$

Q^i Caractéristique statistique se rapportant à la dérivée d'ordre i des vitesses par rapport au temps:

$$K' = \sqrt{s_1'^2} ; \quad S' = \overline{s_1'^3}/K'^3 ; \quad F' = \overline{s_1'^4}/K'^4$$

$$K'' = \sqrt{s_2'^2} ; \quad S'' = \overline{s_2'^3}/K''^3 ; \quad F'' = \overline{s_2'^4}/K''^4$$

$$K''' = \sqrt{s_3'^2} ; \quad S''' = \overline{s_3'^3}/K'''^3 ; \quad F''' = \overline{s_3'^4}/K'''^4$$

Q_t^i Caractéristique statistique se rapportant à la dérivée d'ordre i des températures par rapport au temps.

G^+ Valeur de la grandeur G rapportée à l'échelle de paroi correspondante:

$$Y^+ = YU/\nu_p ; U^+ = U/U_* ; K^+ = K/U_*$$

$$\tau^+ = \tau U_*^2/\nu ; \Theta^+ = \Theta/\Theta_* ; K_t^+ = K_t/\Theta_*$$

$\overline{g}$ Valeur moyenne dans un intervalle du temps suffisamment long:

$$\overline{g} = G = \lim_{\tau_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau_1} \int_0^{\tau_1} g(\tau) d\tau$$

$\hat{g}$ Valeur moyenne dans un intervalle du temps court, τ_c :

$$\hat{g} = \frac{1}{2\tau_c} \int_{\tau-\tau_c}^{\tau+\tau_c} g(\tau) d\tau$$

$\langle g \rangle$ Valeur moyenne conditionnelle:

$$\langle g \rangle = \lim_{\tau_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{\gamma \tau_1} \int_{\gamma \tau_1}^{\tau_1} |(\tau)| g(\tau) d\tau$$

2. INDICES

o	Valeur sur l'axe de conduite.
c	Valeur se rapportant à la phase calme.
e	Valeur se rapportant à la phase des éjections.
s	Valeur se rapportant à la phase des apports.
p	Valeur à la paroi.
t, T	Valeur se rapportant aux fluctuations des températures.
r	Valeur par rapport au temps.

3. NOTATIONS LATINES

c_p	Chaleur spécifique.
D	Diamètre hydraulique.
E	Tension électrique aux bornes du fil chaud.
f	Fréquence.
f_c	Fréquence d'échantillonnage cyclique.
f_n	Fréquence de Nyquist.
Δf	Résolution des fréquences.
F	Coefficient d'aplatissement des vitesses:

$$F = \overline{u'^4}/K^4$$

F_t Coefficient d'aplatissement des températures:

$$F_t = \overline{t'^4}/K_t^4$$

FF Coefficient de super-aplatissement:

$$FF = \overline{u'^6}/K^6$$

$G(f), G_{11}$ Densité d'énergie spectrale des vitesses:

$$K^2 = \int_0^{\infty} G(f) df$$

$G_t(f)$ Densité d'énergie spectrale des températures:

$$K_t^2 = \int_0^{\infty} G_t(f) df$$

$g(f), g_{11}$ Densité spectrale:

$$\int_0^{\infty} g(f) df = 1$$

H Facteur de forme,

i Enthalpie.

$I(X, Y, Z, \dots), I(\tau)$ Fonction d'intermittence.

K Intensité des fluctuations des vitesses:

$$K = \sqrt{u'^2}$$

K_t Intensité des fluctuations des températures:

$$K_t = \sqrt{t'^2}$$

$\bar{K}$ Intensité des fluctuations de fréquences au-dessous de f_c :

$$\bar{K} = \sqrt{(\hat{u} - U_1)^2}$$

L_{11} Macroéchelle.

L_r Macroéchelle par rapport au temps:

$$L_r = \int_0^{\infty} r(r_s) dr_s$$

N Nombre des valeurs digitales.

$P(g)$ Probabilité:

$$P(g) = P(g_i < g < g_i + \Delta g)$$

$p(g)$ Densité de probabilité.

p Pression.

$\dot{q}_p$ Densité de flux thermique à la paroi.

R Résistance électrique du fil.

$R_{11}(r_s)$ Autocorrélation:

$$R_{11}(r_s) = \overline{u'(r) u'(r+r_s)}$$

$r(r_s), r_{11}$ Coefficient d'autocorrélation des vitesses:

$$r_{11} = r(r_s) = R_{11}(r_s) / K^2 = \overline{u'(r) u'(r+r_s)} / K^2$$

r_t Coefficient d'autocorrélation des températures:

$$r_t = \overline{t'(\tau) t'(\tau + \tau_s)} / K_t^2$$

S Coefficient de dissymétrie des vitesses:

$$S = \overline{u'^3} / K^3$$

S_t Coefficient de dissymétrie des températures:

$$S_t = \overline{t'^3} / K_t^3$$

SS Coefficient de super-dissymétrie:

$$SS = \overline{u'^5} / K^5$$

T Température moyenne locale.

T_M Température du mélange:

$$T_M = \frac{1}{\rho U_M Y_o} \int_0^{Y_o} \rho U_1 T dY$$

t Température instantanée:

$$t = T + t'$$

U, U_1 Vitesse moyenne locale mesurée par le fil chaud.

U_{mp} Vitesse la plus probable.

U_M Vitesse moyenne du mélange:

$$U_M = \frac{1}{Y_o} \int_0^{Y_o} U dY$$

U_* Vitesse de frottement:

$$U_* = \sqrt{(\tau_p / \rho_p)} = \sqrt{\nu_p (dU_1 / dY)_p}$$

u Vitesse instantanée mesurée par le fil chaud:

$$u = U_1 + u'$$

u_N Vitesse instantanée normale au fil.

W Taux de dissipation.

w Dissipation spécifique:

$$w = \nu W / U_*^4$$

X Coordonée le long de conduite.

Y Distance à la paroi.

Y_o Demi-largeur du canal.

Z Critère d'échantillonnage conditionnel.

4. NOTATIONS GRECS

γ Facteur d'intermittence:

$$\gamma = \overline{I(r)} = \lim_{r_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{r_1} \int_0^{r_1} I(r) dr$$

δ Epaisseur de la couche limite.

Θ Différence locale des températures moyennes:

$$\Theta = T_p - T$$

Θ_0 Différence maximale des températures moyennes:

$$\Theta_0 = T_p - T_0$$

Θ_* Température de frottement:

$$\Theta_* = \dot{q}_p / c_p \rho_p U_*$$

ν Différence des températures instantanées:

$$\nu = T_p - t$$

$\hat{x}$ Intensité des fluctuations de fréquences au-dessus de f_c :

$$\hat{x} = \sqrt{(u - \hat{u})^2}$$

λ Conductivité thermique.

λ_1 Microéchelle de TAYLOR:

$$\lambda_1^2 = K^2 / (\partial u_1 / \partial x_1)^2$$

λ_t Microéchelle des températures.

λ_x, λ_z Séparation spatiale moyenne des événements quasi-periodiques suivant Ox_1 et Ox_3 , respectivement.

λ_r Microéchelle par rapport au temps:

$$\lambda_r^2 = -2 / [d^2 r(r_s) / dr_s^2]_{r_s=0}$$

μ Coefficient de viscosité dynamique de l'air.

ν Coefficient de viscosité cinématique de l'air.

ρ Masse spécifique de l'air.

τ Temps.

τ_c Période d'échantillonnage conditionnel cyclique.

r_e	Période d'échantillonnage digital.
r_s	Décalage temporel.
r_p	Tension de frottement à la paroi.
$\frac{r}{\tau}$	Période moyen des événements intermittents.
$\Delta \tau$	Durée moyenne des événements intermittents.

5. NOMBRES SANS DIMENSION

Pr Nombre de PRANDTL :

$$Pr = \mu c_p / \lambda$$

Re Nombre de REYNOLDS :

$$Re = U_M D / \nu$$

St Nombre de STANTON ou de MARGOULIS:

$$St = \dot{q}_p / c_p \rho_M U_M (T_p - T_M)$$

CHAPITRE I

LA TURBULENCE PARIETALE

1.1. CONSIDERATIONS THEORIQUES

La turbulence est un phénomène connu par sa complexité. C'est aussi un problème non encore résolu, et un siècle de recherches théoriques sur la turbulence n'a servi qu'à faire reconnaître les difficultés de son étude. (ORSZAG, 1970).

Les équations de base sont toujours les équations de Navier-Stokes, valables à chaque instant. En cas d'un écoulement isotherme et incompressible, ces équations sont:

$$\partial u_i / \partial x_i = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = - \frac{\partial}{\partial x_j} p \delta_{ij} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.2)$$

D'après KAMPE DE FERIET (1961), entre ces équations et le "terrain sur lequel se déverse la pluie incessante des résultats de l'expérience... parfois un peu marécageux à cause de l'abondance de pluie", et sur lequel "tentent de s'élaborer les modèles mathématiques", il y a "un seul pont constitué par les équations de Reynolds". Aujourd'hui on est toujours loin de pouvoir intégrer les équations (1.1) et (1.2), même avec les ordinateurs modernes (DEARDORFF, 1970). Il est possible qu'avec les ordinateurs futures on puisse réussir.

La turbulence étant un problème extrêmement important et actuel pour un grand nombre d'applications pratiques, on est obligé de trouver des solutions même si elles ne sont qu'approximatives. La turbulence est un système mécanique à grand nombre de degrés de liberté et il est tout à fait naturel, et théoriquement correct, de traiter le problème par les méthodes statistiques. Puisqu'il s'agit de mécanique du continu, l'appareil mathématique correspondant est la théorie des champs aléatoires, qui n'est malheureusement pas encore développée au point de donner les résultats utilisables (MONIN & YAGLOM, 1965). On est donc forcé de trouver les solutions par des théories d'approximation.

Quelques succès ont été obtenus à l'aide de la théorie d'interaction directe de Kraichnan. Seulement, cette théorie conduit à des erreurs dans le cas des spectres de Kolmogorov, dans le domaine des petites échelles (ORSZAG, 1970). La théorie de KOLMOGOROV (1941), basée sur l'isentropie locale de la turbu-

lence pour de très grands nombres de Reynolds est cependant bien vérifiée expérimentalement (MONIN & YAGLOM, 1965). Une autre approximation intéressante a été tentée par DEARDORFF (1970). Il a intégré directement les équations de Navier-Stokes pour un écoulement de conduit et un très grand nombre de Reynolds, mais pour les vitesses filtrées, qui ne contiennent pas de composantes à petite échelle. L'influence de ces dernières composantes est remplacée par certaines hypothèses. Le procédé n'est d'ailleurs pas applicable très près de la paroi.

Ainsi, pour traiter les problèmes pratiques, on s'appuie, aujourd'hui comme dans le passé, sur les équations statistiques dérivées des équations de Navier-Stokes par la décomposition d'un paramètre quelconque instantané $g(\tau)$:

$$g = G + g' \quad (1.3)$$

où

$$G = \overline{g} = \lim_{r_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{r_1} \int_0^{r_1} g(\tau) d\tau \quad (1.4)$$

est la valeur moyenne dans le temps, et g' la fluctuation. On peut procéder en introduisant soit des décompositions de la forme (1.3) dans (1.1) et (1.2) soit des transformations de Fourier de (1.3) dans (1.1) et (1.2).

Le premier de ces procédé a été utilisé, pour la première fois par REYNOLDS (1894) qui a aussi introduit les règles suivantes pour faire les moyennes (MONIN & YAGLOM, 1965; FAVRE, 1965):

$$\overline{g + f} = \overline{g} + \overline{f} \quad (1.5)$$

$$\overline{ag} = \overline{a} \overline{g} \quad (1.6)$$

$$\overline{a} = a \quad (1.7)$$

$$\overline{\partial g / \partial x} = \partial \overline{g} / \partial x \quad (1.8)$$

$$\overline{gf} = \overline{g} \overline{f} \quad (1.9)$$

où f et g sont des valeurs fluctuantes et a une constante. Ces règles sont en accord avec la théorie statistique contemporaine, sauf dans le cas de la condition (1.9), qui est la plus difficile à satisfaire (MONIN & YAGLOM, 1965). Par ce procédé, on obtient les équations de Reynolds, qui, dans le cas des écoulements incompressible s'écrivent:

$$\partial U_i / \partial x_i = 0 \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial U_i}{\partial \tau} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i U_j) + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u'_i u'_j) = - \frac{\partial}{\partial x_j} P \delta_{ij} + \\ + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (1.11)$$

avec les équations correspondantes pour les fluctuations :

$$\partial u_i' / \partial x_i = 0 \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u_i'}{\partial \tau} = & -\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i u_j' + U_j u_i' + u_i' u_j' - \overline{u_i' u_j'} - \frac{\partial}{\partial x_j} \rho \delta_{ij} + \\ & + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} (\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i})) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Or, les équations de Reynolds n'ont pratiquement jamais été vérifiées exactement parce que, comme on le sait, le système des équations (1.11) pour les moments statistiques de premier ordre contient des termes inconnus de second ordre de la forme $\overline{u_i' u_j'}$, et cela à cause de la non-linéarité des équations (1.2). On n'améliore pas la situation en introduisant les équations pour les moments statistiques de second ordre. En effet, il est possible de construire les équations différentielles pour un moment d'ordre n quelconque. Par exemple, en partant des équations (1.13) on peut obtenir les équations pour les moments de second ordre (tenseur de tensions de Reynolds):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (\overline{\rho u_i' u_j'}) = & - U_k \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u_i' u_j'}) - \frac{\partial}{\partial x_k} [-\mu \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_k} + \overline{\rho u_k' u_i' u_j'} + \\ & + \rho p' (\overline{u_i' \delta_{jk}} + \overline{u_j' \delta_{ik}})] - (\overline{\rho u_i' u_k'} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{\rho u_j' u_k'} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}) + \\ & + p' (\frac{\partial \overline{u_i'}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_j'}}{\partial x_j}) - 2\mu (\frac{\partial \overline{u_i'}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j'}}{\partial x_k}) \end{aligned} \quad (1.14)$$

où les termes de droite représentent successivement : la convection, la diffusion, la production, la redistribution et la dissipation. Dans les équations (1.14) apparaissent de nouvelles inconnues sous la forme de corrélations triples ($\overline{u_k' u_i' u_j'}$), de corrélations doubles de fluctuations avec leurs dérivées spatiales, aussi bien que de corrélations doubles avec les fluctuations de pression. On a donc augmenté le nombre des inconnues.

D'une manière générale, dans les équations pour les moments d'ordre n , apparaissent les moments d'ordre $n+1$ et le système n'est jamais déterminé. Ainsi, on est toujours obligé d'introduire des hypothèses basées sur les résultats de l'expérience, pour relier les moments d'ordre $n+1$ avec les moments d'ordre n . On ne vérifie donc jamais les équations de Reynolds, mais la combinaison de ces équations et des hypothèses additionnelles introduites.

Les nombreuses théories semi-empiriques de la turbulence ont joué et jouent encore un rôle extrêmement important dans les applications pratiques. En effet, à partir de certains de ces modèles phénoménologiques, parfois très simples, on a réussi à développer des procédés de calcul, pour une grande variété d'écoulements pratiques, même compte tenu de l'influence de la compressibilité, du trans-

fert de chaleur, de la présence des réactions chimiques, etc. (Voir par exemple "Heat and Mass Transfer in Turbulent Boundary Layers", 1968). Parfois, des modèles simples basés seulement sur les caractéristiques de l'écoulement moyen, comme celui de PRANDTL (1925), donnent des résultats aussi bons que les procédés très élaborés (Voir *Computation of Turbulent Boundary Layers*, 1968). D'autre part quand l'écoulement devient complexe, on est obligé de tenir compte des caractéristiques de l'écoulement fluctuant et de développer les procédés basés sur les solutions numériques du système des équations différentielles (BRANDSHAW, FERRISS & ATWELL, 1966; LAUNDER & SPALDING, 1971; HANJALIC, 1970). Toutefois, les théories phénoménologiques ne sont jamais assez générales. On trouve toujours des écoulements pour lesquels on est obligé de faire de nouvelles expériences, de développer de nouveaux modèles, ou de déterminer de nouvelles valeurs des constantes.

Les procédés basés sur la transformation de Fourier de (1.3) conduisent au même résultat. Au lieu des équations pour les moments, on forme les équations pour les cumulants d'ordre $n+1$. Le procédé usuel est donc de négliger l'influence des cumulants d'un certain ordre $n+1$ et de ne retenir que les cumulants d'ordre n et inférieurs à n . L'approximation dite "quasi-normale" néglige les cumulants de quatrième ordre (comme s'agissait des distributions gaussiennes), mais retient les cumulants de troisième ordre; cette approximation n'est pas cependant confirmée par l'expérience (ORSZAG, 1970).

En ce qui concerne le problème du transfert de chaleur par convection turbulente, il est bien évident que sa solution dépend de celle du problème dynamique. Le bilan d'énergie, en négligeant les termes de dissipation d'énergie cinétique, est:

$$\frac{\partial i_T}{\partial \tau} = - \frac{\partial \dot{q}}{\partial x_k} \quad (1.15)$$

où i_T est l'enthalpie d'arrêt et $\dot{q}$ la densité de flux thermique. D'après la loi de Fourier on a:

$$\dot{q} = - \lambda \frac{\partial t}{\partial x_k} + \rho u_k i_T \quad (1.16)$$

où λ est la conductivité thermique. Le premier terme de droite représente le transfert thermique moléculaire et le second le transfert thermique par convection. Pour les nombres de Mach faibles et avec

$$i = c_p t + i_0 \quad (1.17)$$

on arrive à la forme usuelle de l'équation de l'énergie en écoulement incompressible:

$$c_p \rho \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + u_k \frac{\partial t}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x_k} \right) \quad (1.18)$$

Alors, si on applique l'hypothèse de base de Reynolds (1.3) sur la température instantanée:

$$t = T + t' \quad (1.19)$$

on arrive-à l'équation :

$$c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_k} - \rho c_p \overline{u_k' t'} \right) \quad (1.20)$$

où le terme $\overline{\rho c_p u_k' t'}$ représente la densité de flux thermique turbulent. On a donc le système des équations (1.11), (1.12) et (1.20) avec une inconnue de plus $\overline{\rho c_p u_k' t'}$. On a besoin d'une hypothèse additionnelle concernant ce terme. La plus usuelle est de relier ce terme avec les champs moyens de vitesses et de températures des modèles simples (FORTIER, 1968; LAUNDER & SPALDING, 1971).

Après ces considérations théoriques brèves on peut remarquer que tous les procédés utilisés aujourd'hui sont fondés sur l'hypothèse de base de Reynolds, équation (1.3), par laquelle on passe d'un système instantané déterminé à un système moyen indéterminé. Alors, on peut se poser la question suivante: est-ce que la décomposition de type (1.3) reflète la situation physique réelle? (SPIEGEL, 1972). On va revenir sur cette question en discutant nos résultats.

1.2. RESULTATS EXPERIMENTAUX SUR L'ECOULEMENT FLUCTUANT

D'après KOVASZNAY (1967), on peut adopter la classification suivante des écoulements quasi-parallèles:

- (1) Ecoulements non-contraints, comme les jets, les sillages et les zones de mélange, où l'écoulement turbulent est limité par un front turbulent - non turbulent.
- (2) Ecoulements totalement contraints, comme les écoulements développés en canal, dépourvus de surfaces libres, où les parois imposent de sévères contraintes.
- (3) Ecoulements semi-contraints, comme les couches limites et les jets pariétaux, où l'on trouve à la fois une région pariétale et un front turbulent - non turbulent.

Notre intérêt portant sur la turbulence pariétale, nous nous bornerons à donner seulement quelques exemples des recherches expérimentales sur les écoulements contraints et semi-contraints. Un grand nombre de résultats expérimentaux portent sur les caractéristiques de l'écoulement moyen. Cependant, les études expérimentales sur la structure de la turbulence et l'écoulement fluctuant sont, elles aussi, assez nombreuses.

Parmi les études les plus générales il faut citer:

- sur les écoulements dans un canal bidimensionnel, celles de REICH-ARDT (1938), LAUFER (1951), COMTE-BELLOT (1963) et CLARK (1968);
- sur les écoulements dans un tube circulaire, celles de LAUFER (1954) et de COANTIC (1963);
- sur les écoulements dans une couche limite, celles de KLEBANOFF

(1954), de GRANT (1958) et de MARCILLAT (1964);

— sur les jets de paroi, celle de MATHIEU (1959).

Il faut aussi faire mention de l'étude de MILLIAT (1965) dans un divergent bidimensionnel.

Ces études ont donné beaucoup de détails sur la structure de la turbulence et sur le bilan de l'énergie turbulente. Les informations, obtenues par des mesures de corrélations spatiales et de spectres d'énergie ont été complétées par les résultats des mesures de corrélations spatio temporelles de FAVRE, GAVIGLIO & DUMAS (1957a, 1957b), WILMART & TU (1967), etc. Basés sur ces résultats plusieurs modèles physiques de la structure de la turbulence ont été construits (TOWNSEND, 1956, GRANT, 1958).

A vrai dire, ces études n'ont pas été tout à fait statistiques. La plupart d'entre elles ne portent que sur les moments statistiques de second ordre. Seulement dans les études de KLEBANOFF (1954), de COMTE-BELLOT (1963) et de MARCILLAT (1964), on trouve des informations sur les moments d'ordre trois et quatre. KLEBANOFF (1954) et MARCILLAT (1964) ont aussi donné quelques résultats sur les distributions de probabilité. Avant 1965, il n'a pas été possible de faire une véritable étude statistique parce qu'on ne disposait pas des ordinateurs puissants, seuls capables de traiter une quantité d'information de l'ordre de 10^5 ou 10^6 valeurs instantanées. FRENKIEL (1952) a été l'un des premiers à employer les méthodes digitales dans une étude de turbulence. Si on compare les résultats de cette étude avec ceux de FRENKIEL et KLEBANOFF (1965a, 1965b), et puis avec ceux des mêmes auteurs en 1967 (FRENKIEL & KLEBANOFF, 1967), ou ceux de VAN ATTA (1968), on peut avoir une idée des progrès faits au cours de cette période dans le domaine des techniques digitales. Ces dernières études, employant les ordinateurs digitaux contemporains très rapides et très puissants, ont marqué une transformation qualitative dans les recherches sur la turbulence, qui devient à vrai dire de plus en plus statistique.

Les études expérimentales dans les écoulements non-isothermes sont beaucoup moins nombreuses et beaucoup moins détaillées. Même en ce qui concerne les distributions des températures moyennes, il y a un certain degré d'incertitude, comme par exemple pour les valeurs des constantes dans la loi logarithmique (TACCOEN, 1967; BLOM, 1970; SHLANCHIAUSKAS & DRIZHIUS, 1971; SHLANCHIAUSKAS, PIADISHIUS & ZHUKAUSKAS, 1971). Les mesures des fluctuations de température sont encore moins nombreuses et systématiques. Les mesures des fluctuations de température dans un écoulement le long d'une plaque plane avec un brusque changement de température de paroi ont été faites par JOHNSON (1959). Il a aussi mesuré les corrélations doubles et triples et estimé le bilan d'énergie des fluctuations de température. TANIMOTO & HANRATTY (1963); BREMHORST & BULLOCK (1970) et BOURKE & PULLING (1970) ont mesuré, pour un écoulement de l'air dans un tube circulaire, les fluctuations de température et les spectres. RICHARD (1972) a mesuré les fluctuations de température dans un écoulement d'eau dans les tubes. SHLANCHIAUSKAS, DRIZHIUS & ZHUKAUSKAS (1971) ont mesuré les fluctuations et les spectres dans écoulements d'eau et d'huile le long d'une plaque plane.

Les effets dynamiques du transfert de chaleur sur la structure de l'écoulement turbulent pariétal n'ont pas été, eux aussi, très bien étudiés. La plupart des auteurs ont opéré avec un faible écart de température de 5 à 25 K. Quelques résultats sur ce sujet sont donnés par NICHOLL (1970) et SHLANCHIAUSKAS, VAITEKUNAS & ZHUKAUSKAS (1972).

1.3. STRUCTURE DE LA SOUS-COUCHE VISQUEUSE

A partir des études citées précédemment on peut distinguer plusieurs couches d'écoulement ayant des caractéristiques de turbulence différentes. De la paroi vers l'extérieur, on rencontre successivement:

La sous couche visqueuse ($0 < Y^+ < 5$), caractérisée par un profil des vitesses moyennes linéaire; on ne l'appelle plus sous-couche laminaire parce que l'écoulement à l'intérieur de cette couche n'est pas laminaire du tout. En effet, c'est précisément aux bords de cette couche que l'intensité de turbulence est maximale.

La couche intermédiaire ($5 < Y^+ < 40$), où même le profil des vitesses moyennes n'est pas connu exactement à cause des fluctuations très élevées caractérisant cette couche. La production et la dissipation de l'énergie turbulente est au maximum dans cette région.

La couche logarithmique ($Y^+ > 40$) ainsi nommée parce que la distribution des vitesses moyennes y est sensiblement logarithmique; la turbulence y est relativement en équilibre et les tensions turbulentes y sont constantes.

L'ensemble de ces trois premières couches est appelée *couche pariétale*, ou *couche interne*.

La couche extérieure, s'étend jusqu'au centre du conduit ou dans le cas des écoulements semi-contraints jusqu'à la frontière libre.

Ces dernières années l'intérêt s'est porté sur les études de la sous-couche et de la couche intermédiaire, parce que la production de l'énergie turbulente est maximale dans ces couches (KLEBANOFF, 1955; KUTATELADZE, 1971). D'autre part les études de transfert de chaleur et de masse pour divers nombres de Prandtl (SHLANCHIAUSKAS, DRIZHIUS & ZHUKAUSKAS, 1971; JANBERG, 1970) et de Schmidt (LIN et al., 1953; voir par exemple HANRATTY, 1956), ont montré que les processus de transfert se déroulent presque entièrement à l'intérieur de la sous-couche visqueuse. D'où l'intérêt considérable des mesures à l'intérieur de cette couche. Les mesures à l'intérieur de la sous-couche sont extrêmement délicates parce que son épaisseur est très mince.

Les mesures par fil chaud sont compliquées par l'effet de paroi sur les signaux dont on va parler plus tard. Néanmoins, plusieurs auteurs ont fait les mesures par fil chaud dans un écoulement d'air en approchant la paroi jusqu'à des distances adimensionnelles Y^+ voisines de 1, ce qui correspond aux distances réelles de quelques dizaines de microns; citons par exemple COANTIC (1966), VAN THINH (1968, 1969), ZARIĆ (1968 a, 1968 b) et MORRISON & KRONAUER (1969). SCHRAUB & KLINE (1965) ont fait les mesures dans un écoulement d'eau. Afin d'obtenir des sous-couches plus épaisses BAKEWELL (1966)

et ECKELMANN (1970) ont fait les mesures dans un écoulement d'huile. Evidemment, toutes ces mesures, à l'exception de celles de ECKELMANN (1970), ont utilisé un seul fil disposé parallèlement à la paroi. Non seulement, on n'a pas pu mesurer les autres composantes de la vitesse, mais aussi le signal provenant du fil est difficile à interpréter justement à cause de l'effet des autres composantes par suite de l'intensité élevée de la turbulence (ZARIĆ, 1969a, 1972b).

Le caractère turbulent ou quasi-turbulent de la sous-couche se manifeste par les fluctuations des grandeurs à la paroi, comme la tension et la pression pariétales. REISS & HANRATTY (1963) et MITCHELL & HANRATTY (1966) ont déterminé les fluctuations de tension pariétale d'après les mesures des fluctuations de transfert de masse en utilisant la méthode polarographique. SIRKAR & HANRATTY (1970a) ont aussi déterminé les fluctuations des composantes de tension pariétale normale à l'écoulement. En principe, la même méthode a été utilisée par PY (1973) et par KUTATELADZE et al. (1971). Les fluctuations de tension pariétale ont été aussi détectées par BELLHOUSE & SCHULTZ (1966), par analogie avec le transfert de chaleur, en utilisant des films chauds placés sur la paroi. Les fluctuations de pression pariétale ont été étudiées par plusieurs chercheurs, comme par exemple BUL (1967).

Les analogies avec le transfert de chaleur et de masse sont basées sur un certain nombre d'hypothèses concernant la structure de la turbulence tout près de la paroi (HANRATTY, 1969). On peut pousser l'analyse plus loin en reliant les caractéristiques de fluctuations de tension pariétale aux caractéristiques des fluctuations de vitesse au voisinage immédiat de paroi (REISS & HANRATTY, 1963; SIRKAR & HANRATTY, 1969, 1970b). Par ces analyses, MITCHELL & HANRATTY (1966), SIRKAR & HANRATTY (1969) et PY (1973) ont trouvé que la valeur moyenne limite de l'intensité des fluctuations longitudinales de vitesse est d'environ $K_{1p}^+ = 0,33$, en accord avec les mesures par fil chaud (HANRATTY, 1969). D'autre part, les valeurs moyennes limites des fluctuations de vitesse parallèles à la paroi et perpendiculaires à l'écoulement, trouvées par SIRKAR & HANRATTY (1970b) et par PY (1973) ($K_{3p}^+ = 0,1$) ne sont pas en accord avec les mesures par fil chaud (LAUFER, 1954), étant par contre conformes aux résultats obtenus par photographie de particules solides par FOWLES (SIRKAR & HANRATTY, 1970b).

Il n'y a pas de doute que les études des fluctuations des paramètres à la paroi donnent des résultats très valables sur la structure de la turbulence pariétale. Il faut quand même noter que ces fluctuations représentent l'effet intégral de ce qui se passe dans toute l'épaisseur de la sous-couche. Pour les études structurales plus poussées, il est donc indispensable de faire des mesures locales dans le fluide au voisinage immédiat de paroi. Les difficultés, qu'on rencontre en opérant avec un fil chaud tout près d'une paroi solide, ont conduit à la recherche d'autres méthodes de mesures, parmi lesquelles les méthodes optiques et les méthodes par visualisation ont des avantages considérables à cause des faibles perturbations qu'elles apportent à l'écoulement.

La première preuve expérimentale que l'écoulement dans la sous-couche n'est pas laminaire fut donnée par FAGE & TOWNSEND (1932) qui ont utilisé l'ultramicroscope pour mesurer les vitesses instantanées de particules minuscules en suspension dans l'eau ordinaire et illuminées par une source intense. NEDDERMAN (1961) et HETTLER & ali (1964) ont employé la photographie stroboscopique et trouvé des fluctuations très intenses à l'intérieur des couches pariétales. Les méthodes par visualisations donnent aussi la possibilité de détermination des fluctuations normales à la paroi dans la sous-couche ce qui est extrêmement difficile à faire par fil chaud. ORLOV (1966) et KHABAKHPASHEVA & ali (1968a, 1968b) ont présenté les résultats sur les fluctuations de u_1 et u_2 à l'intérieur de la sous-couche en utilisant la méthode de photographie stroboscopique.

Une autre méthode de mesure par visualisation, basée sur l'effet de la photolyse, a été développée par POPOVITCH & HUMMEL (1967a, 1967b). La présence de particules dans l'écoulement n'est pas nécessaire mais peu de liquides peuvent être utilisés. Par cette méthode, on peut obtenir les profils instantanés des vitesses près de la paroi et d'après ces profils, calculer les deux composantes de la vitesse, u_1 et u_2 (IRIBARNE & ali, 1969). Les profils instantanés sont de formes très différentes. C'est seulement jusqu'à $Y^+ = 1,1$ à $1,4$ que l'on observe toujours un profil linéaire.

Le gradient à la paroi de ces profils donne les valeurs instantanées de la tension pariétale. L'analyse statistique met en évidence une asymétrie vers les valeurs élevées de cette tension. On peut aussi calculer l'épaisseur instantanée de la sous-couche; ces calculs conduisent à une distribution de probabilité dissymétrique, avec une valeur moyenne de $Y^+ = 4,7$. Des distributions de probabilité similaires ont été obtenues aussi par KHABAKHPACHEVA (KUTATELADZE, 1971). D'après les analyses, basées sur une statistique pauvre, POPOVITCH (1969) a remarqué que la dissymétrie des distributions est peut être due à la présence, près de la paroi, d'un fluide provenant de la région centrale de l'écoulement.

Les méthodes fondées sur l'effet Doppler et l'utilisation du laser ouvrent bien des perspectives pour les mesures de vitesses. Cependant, les méthodes ne sont pas encore assez développées surtout en ce qui concerne les mesures dans la sous-couche; la dimension minimale des faisceaux étant encore de l'ordre de $100 \mu m$ dans les études de la turbulence (DURST, MELLING & WHITELAW, 1972). Quelques résultats ont été donnés par DONOHUE, McLAUGHLIN & TIEDERMAN (1972).

Les mesures de température à l'intérieur de la sous-couche ont été faites par TANIMOTO & HANRATTY (1963), ZARIĆ (1968a, 1970), BLOM (1970), JANBERG (1970) et SHLANCHIAUSKAS, DRIZHIUS & ZHUKAUSKAS (1971). Il est intéressant de noter que SHLANCHIAUSKAS & DRIZHIUS (1971) et JANBERG (1970) ont trouvé qu'à l'intérieur de la sous-couche la distribution de température moyenne adimensionnelle:

$$\Theta^+ = Y^+ Pr \quad (1.21)$$

est vérifiée pour des nombres de Prandtl élevés seulement jusqu'à $Y^+ = 1$ à 2. SHLANCHIAUSKAS, DRIZHIUS et ZHUKAUSKAS (1971) ont aussi trouvé que, pour ces liquides, le rapport K_t/θ_* au bord de la sous-couche ($Y^+ \sim 2$) est plusieurs fois plus élevé que dans le cas de liquides à nombre de Prandtl plus bas. En étudiant l'influence du gradient de pression longitudinal, nous avons trouvé (ZARIĆ, 1968a) le même effet sur la distribution de température moyenne dans la sous-couche; la partie linéaire du profil étant plus étroite pour un gradient de pression négatif. Pour ces gradients de pression les valeurs du rapport K/U_* , pour les vitesses, sont plus élevées mais les valeurs du rapport K_T/θ_* , pour les fluctuations de température sont plus basses, que dans le cas de gradient de pression négligents. On peut en déduire que la structure de la turbulence dans la sous-couche joue un rôle très important sur le transfert de chaleur et que ce rôle ne peut pas être défini seulement par les paramètres de paroi comme U_* et θ_* .

Les fluctuations de densité de flux de chaleur à la paroi ont été mesurées par ARMISTEAD & KEYES (1968) en utilisant un film chaud. MEEK & BAER (1970) ont effectué des mesures de fluctuations de température pariétale avec un thermomètre de résistance placé à la paroi. Les fluctuations de flux de transfert de masse à la paroi ont été mesurées par REISS & HANRATTY (1962) et SHAW & HANRATTY (1964).

A partir des résultats expérimentaux différents modèles physiques de la sous-couche ont été construits (voir KISTLER, 1962; et COANTIC, 1966). EINSTEIN & LI (1956) ont proposé un modèle en s'appuyant partiellement sur leurs propres études expérimentales par visualisation de couches pariétales. Le modèle est fondé sur un cycle quasi-périodique de croissance et de destruction du film laminaire à la paroi. A un instant donné l'écoulement turbulent, à vitesse élevée, s'étend presque jusqu'à la paroi. Le film très mince, supposé laminaire, séparant l'écoulement turbulent de la paroi, sous l'action des tensions très fortes provoquées par un gradient de vitesse élevé, est décéléré et son épaisseur croît lentement. Au moment où l'épaisseur de la sous-couche devient très grande, sous l'action des instabilités provoquées par l'écoulement extérieur cette sous-couche devient turbulente et à cause du mélange turbulent, s'accélère très vite jusqu'à la paroi, et le nouveau cycle commence. Essentiellement le modèle attribue à la sous-couche un caractère actif. Par contre, le modèle de STERNBERG (1962, 1967), basé sur une théorie linéarisée de l'écoulement dans la sous-couche, attribue à celui-ci un rôle passif. L'écoulement à l'intérieur de la sous-couche, est considéré comme complètement gouverné par l'écoulement turbulent extérieur, à l'intermédiaire des fluctuations de pression.

L'idée d'une sous-couche quasi-périodique, à la base du modèle d'EINSTEIN & LI (1956), est aussi employée indépendamment par les chercheurs en génie chimique qui sont intéressés par le transfert de masse et de chaleur. Un modèle dit "à renouvellement de surface", attribué à DANCWERTS, est utilisé par HANRATTY (1956). Ce dernier a supposé que les tourbillons provenant de la région centrale d'écoulement pénètrent d'une façon intermittente dans la sous-couche. Pendant le temps où le fluide est dans le voisinage de la paroi, les transferts sont molécu-

lares. Le modèle est développé plus loin et adapté pour les calculs de transfert de chaleur et de masse par MARCHELLO & TOOR (1963); NIJSING (1969); THOMAS & FAN (1971) et MEEK & BAER (1970), en tenant compte des résultats expérimentaux récents.

1.4. ETUDES DES PHENOMENES INSTANTANES DANS LES COUCHES PARIETALES

La majorité des études citées précédemment ont été faites conformément à l'équation (1.3), c'est-à-dire en faisant des moyennes au cours d'observations suffisamment longues. Ces études ont été très utiles car elles ont donné les informations nécessaires au développement des modèles phénoménologiques utilisés pour les calculs. Néanmoins, elles n'ont pas fourni de réponses aux questions fondamentales et, en premier lieu au mécanisme de production de l'énergie de turbulence par action de l'écoulement moyen, ou au mécanisme des transferts turbulents de chaleur et de masse. Conformément à ce que l'on a constaté à la fin du paragraphe 1.1 il faudrait essayer de faire des études expérimentales sans que soit introduite l'hypothèse contenue dans l'équation 1.3.

D'autre part, il y a déjà longtemps, certaines observations visuelles comme celles de FAGE & TOWNSEND (1932) et de EINSTEIN & LI (1956) ont suggéré l'existence de certains phénomènes de courte durée. En faisant les moyennes dans un intervalle du temps suffisamment long, ces phénomènes deviennent difficiles à détecter. Dans une revue des connaissances sur la nature de la sous-couche, CORRISIN (1957) donne quelques résultats obtenus par BEATTY, FERREL & RICHARDSON et par HAMA, à l'aide de méthodes de visualisation; ces résultats donnent aussi une idée de l'importance des phénomènes instantanés sur la structure de la sous-couche.

Les études par visualisation des phénomènes instantanés ont des avantages importants. D'abord, les observations sont directes, ce qui est très utile pour la compréhension des phénomènes physiques. D'autre part, par certaines de ces méthodes, on peut observer, à un instant donné une zone relativement large d'écoulement et donc les phénomènes qui se passent simultanément dans cette zone. Les méthodes de visualisation de ce type ont été utilisées pour la première fois par HAMA (1957), puis, d'une façon plus systématique, par le groupe de Stanford dirigé par KLINE.

Dans des études préliminaires qualitatives KLINE & RUNSTADLER (1959) ont employé l'injection de colorant à travers de canaux très minces percés dans la paroi, perpendiculairement à l'écoulement. Ils ont observé, en accord avec les résultats de HAMA (1957), que dans les couches le plus voisines de la paroi ($Y^+ < 10$) le colorant injecté d'une façon bi-dimensionnelle se distribue très vite suivant une formation de filaments de fluide allongés, de vitesse faible, où la concentration de colorant est élevée; ils sont interceptés d'une façon aléatoire par le fluide s'écoulant plus vite. Les filaments sont inclinés par rapport à la paroi vers les couches extérieures et, à une certaine distance de la paroi, ils commencent à osciller, puis ils sont détruits par l'écoulement. Les mêmes auteurs ont aussi observé que par ce mécanisme un échange continu se produit

entre le fluide très voisin de paroi et celui de la région centrale d'écoulement. Ils en ont conclu que la formation et le comportement de ces filaments sont un phénomène inhérent aux couches pariétales et que ce phénomène joue un rôle très important dans la production de l'énergie turbulente.

Les études ont été poursuivies par SCHRAUB & KLINE (1965) en utilisant une méthode de visualisation plus quantitative, à l'aide de bulles d'hydrogène. La méthode est basée sur une combinaison temps-filament de façon que les bulles d'hydrogène soient générées par pulsations régulières d'un courant passant dans un fil de platine mince; le fil étant extérieurement isolé en intervalles réguliers. Les études précédentes ont permis à KLINE et al (1967) d'établir une séparation latérale moyenne des filaments de fluide λ_z . Dans une présentation addimensionnelle, on a:

$$\lambda_z^+ = \lambda_z U_* / \nu = 80 \text{ à } 120$$

avec une certaine dispersion statistique autour de la moyenne. La plupart du temps les filaments de vitesse faible sont déplacés le long du courant et inclinés faiblement vers l'extérieur. D'une façon intermittente les filaments se trouvant à $Y^+ = 8$ à 12, où ils commencent à osciller plus fortement. Les oscillations sont amplifiées et les filaments sont détruits dans une zone $10 < Y^+ < 30$. Tout ce processus, appelé "bursting", résulte de l'éjection de fluide à vitesse faible de la sous-couche vers les régions d'écoulement plus éloignées de la paroi, jouant de telle sorte un rôle extrêmement important dans le transfert de quantité de mouvement près de la paroi.

Les études plus récentes de KIM, KLINE & REYNOLDS (1968, 1971) ont été faites avec des fils générateurs des bulles d'hydrogène, arrangés perpendiculairement à la paroi, afin d'observer les profils instantanés de la vitesse normale à la paroi. Ces études ont pu démontrer d'une façon quantitative que presque la totalité de l'énergie turbulente est produite pendant des durées assez courtes de "bursting". Par les mesures au fil chaud faites en parallèle les auteurs ont pu mettre en évidence des pics faibles dans les courbes des autocorrélations pour des délais de temps assez longs, associés à une période de "bursting". Les profils instantanés de vitesse démontrent clairement que les filaments sont en forme de tourbillons très allongés et que l'échelle de ces tourbillons augmente avec la distance à la paroi.

CORINO & BRODKEY (1969) ont fait une étude de visualisation par une méthode différente. Ils ont utilisé la photographie rapide pour filmer le mouvement de particules minuscules de l'ordre de $0,6 \mu m$, contenus dans l'eau, avec une caméra se déplaçant à la vitesse d'écoulement. Ainsi, et contrairement au groupe de Stanford observant le mouvement d'un filament de colorant ou des bulles d'hydrogène, ils ont observé le fluide visualisé par des particules entrant et sortant d'une région d'écoulement ayant pour dimensions: $Y^+ = 45$, $X^+ = 60$, $Z^+ = 20$. Ils décrivent les événements prédominants: une décélération locale près de paroi est perturbée d'une façon intermittente par des masses de fluide de vitesse élevée, provenant des régions plus éloignées de la paroi. En même temps, le

fluide de vitesse faible des zones décélérées est éjecté d'une façon intermittente vers les couches extérieures. Enfin, les masses de fluide, ayant la vitesse plus grande que la vitesse locale, balayent la zone observée. Un calcul grossier montre qu'approximativement 70% des tensions de Reynolds sont dues aux éjections intermittentes. Les phases de l'accélération provoquent les autres, tandis que pendant les périodes calmes, les tensions sont négligeables. Quelques éjections sont détectées jusqu'à $Y^+ = 2,5$ de la paroi, mais, la plupart du temps, dans la sous-couche, on a des fluctuations de faibles amplitudes sauf aux moments de l'arrivée de masses de vitesse élevée. Au bord de la sous-couche et dans une région adjacente, le fluide est éjecté périodiquement vers l'extérieur. Quand l'élément éjecté se trouve dans une région de vitesse élevée, une interaction violente se produit. Les éléments éjectés peuvent traverser l'écoulement jusqu'au $Y^+ \sim 75$.

Une autre étude par visualisation a été conduite plus récemment par GRASS (1971) qui a utilisé des fils générateurs de bulles d'hydrogène, disposés perpendiculairement à la paroi. Il a étudié les parois lisses aussi bien que très rugueuses. Pour chaque écoulement, 600 à 900 profils instantanés de vitesse sont enregistrés, et de ces profils les valeurs des deux composantes u_1 et u_2 ont été déduites. Les paires de profils instantanés de u_1 et u_2 ont souvent des minimums et des maximums dans les couches pariétales. GRASS (1971) a trouvé, par une sorte d'échantillonnage conditionnel, qu'à chaque maximum de u_1 près de la paroi correspond un minimum de u_2 dans la même zone, et vice versa. Cela veut dire que les maximums de u_1 correspondent aux éjections des éléments fluides vers l'extérieur. Il a aussi trouvé que, dans la sous-couche, les phases intermittentes d'arrivée des éléments fluides vers la paroi sont prédominantes tandis que, dans la couche transitoire, ce sont les phases d'éjections des éléments fluides vers l'extérieur qui jouent un rôle le plus important. La production de l'énergie turbulente et des tensions de Reynolds résulte d'une action conjointe de deux phases intermittentes. Ces phénomènes sont indépendants de la rugosité de la paroi. GRASS (1971) a aussi observé, par visualisation de la sous-couche à l'aide de grain de sable, que l'action violente des apports d'éléments fluides de vitesse élevée fait rouler les masses de fluide adjacent à la paroi formant de telle sorte des tourbillons allongés.

SHLANCHIAUSKAS (1972) a fait les observations par visualisations des couches pariétales d'une plaque plane immergée directement dans une rivière en plaçant un colorant à la paroi. Tout près de la paroi il a trouvé une structure de tourbillons allongés, presque parallèles, d'un très petit diamètre de l'ordre de $Y^+ = 0,5$. Au-dessus de ces tourbillons, il a trouvé une structure de tourbillons, d'une échelle plus grande. Il a aussi observé que les tourbillons situés près de la paroi sont formés par action des apports intermittents d'éléments fluides provenant des régions plus éloignées de la paroi. Ces observations ont été confirmées par les mesures du même auteur (SHLANCHIAUSKAS, 1972) de corrélations spatiales de température, $R_t(O, Y, Z)$, près d'une paroi chauffée et dans le cas d'écoulements d'air, d'eau et d'huile, faites à l'aide de thermocouples de $30 \mu m$ de diamètre. Les corrélations montrent la même structure double des tourbillons comme celle des tourbillons observée par visualisation. Près de la

paroi ($Y^+ \sim 5$) on a trouvé les corrélations $R_t(0, 0, Z)$ négatives aux intervalles de $Z^+ \sim 90$, pour tous les fluides. Plus loin de la paroi ($Y^+ \sim 80$) les corrélations deviennent négatives pour $Z/\delta \sim 0,5$. Les spectres unidimensionnels de température ont des maximums pour $2\pi f/U_0 = 25$ près de la paroi et pour $2\pi f/U_0 = 6$ loin de la paroi. Des pics pour $2\pi f/U_0 \sim 100$ sont aussi clairement observés et peuvent correspondre aux éjections de fluide chaud provenant des régions plus voisines de la paroi.

Les résultats des études par visualisation sont supportés par les résultats des études expérimentales par fil chaud. A la base de mesures des corrélations spatio-temporelles $R_{11}(X, 0, Z, \tau)$, dans la sous-couche et la couche transitoire ($1,25 < Y^+ < 40$), BAKEWELL (1966) (voir aussi BAKEWELL & LUMLEY, 1967), a trouvé que la structure dominante à l'intérieur de ces couches consiste en des paires de tourbillons en contre-rotation, allongés dans le sens de l'écoulement, inclinés par rapport à la paroi et distribués aléatoirement dans le sens latéral. Par action de ces tourbillons, les masses de fluide comprises entre eux sont expulsées de la surface et éjectées vers l'extérieur. A la base des mesures des corrélations spatio-temporelles de la pression à la paroi avec les différentes composantes de vitesse, WILIMARTH & TU (1967) ont aussi construit un modèle fondé sur une structure des tourbillons allongés, mais du type "épingle à cheveux", qu'on trouve dans les études de transition laminaire-turbulent (KLEBANOFF, TIDSTROM & SARGENT, 1962). Toujours à la base des mesures des corrélations spatiales $R_{11}(X, 0, Z)$ mais filtrées, MORRISON, BULLOCK & KRONAUER (1971) ont trouvé une structure quasi-périodique de la sous-couche consistant en vagues tri-dimensionnelles se propageant avec une vitesse de convection de $8 U_*$; avec une longueur d'onde le long d'écoulement $\lambda_x^+ = 630$, beaucoup plus grande que la longueur normale à l'écoulement, $\lambda_z^+ = 135$.

GUPTA, LAUFER & KAPLAN (1971) ont fait des mesures simultanées de vitesses avec dix fils chauds placés à la même distance de la paroi ($Y^+ = 4$ à 11) dans un écoulement d'air, et séparés latéralement. D'après les résultats des études de Stanford (KIM, KLINE & REYNOLDS, 1971; LAHEY & KLINE, 1971) indiquant que les corrélations obtenues en faisant la moyenne pendant un temps long donnent peu d'informations sur la structure, ils ont utilisé un procédé pour faire les moyennes pendant un temps assez court, τ_s :

$$R_{11}(0, 0, Z, \tau_0, \tau_s) = \frac{1}{\tau_s} \int_{\tau_0}^{\tau_0 + \tau_s} R_{11}(0, 0, Z, \tau) d\tau \quad (1.22)$$

On peut alors observer des corrélations voisines de l'unité pour une certaine séparation latérale. En faisant une analyse statistique, les auteurs sont arrivés à une valeur moyenne de la séparation latérale:

$$\lambda_z^+ \simeq 100$$

avec une dispersion assez large.

LEE, ECKELMAN et HANRATTY (1973) ont mesuré simultanément $(\partial u_1 / \partial x_1)$ et $(\partial x_2 / \partial X_2)$ à la paroi, en utilisant la méthode polarographique. A

l'aide de ces mesures, ils ont pu constater une corrélation entre les valeurs instantanées des deux gradients à la paroi ce qui indique une structure des tourbillons quasi-réguliers près de la paroi, avec $\lambda_z^+ = 75$, en accord avec un modèle proposé par SIRKAR & HANRATTY (1970a).

On peut donc constater que presque tous les résultats sur la sous-couche, accumulés pendant ces dernières années, indiquent, au moins pour les nombres de Reynolds relativement peu élevés (MORRISON, BULLOCK & KRONAUER, 1971; SHLANCHIAUSKAS, 1972), une structure quasi-périodique des couches pariétales, consistée par des tourbillons en contre-rotation, allongés dans la direction d'écoulement et séparés latéralement par une distance moyenne addimensionnelle de $\lambda_z^+ \sim 100$. Les résultats actuels sont en accord avec les interprétations de CORRSIN (1956) des études par visualisation faites il y a vingt ans, aussi bien qu'avec le modèle proposé par TOWNSEND (1956).

Il y a quand même un autre aspect caractéristique des couches pariétales qui ressort de presque toutes les études structurales: c'est l'intermittence, d'un type particulier, présente dans ces couches et qui se manifeste par des éjections de fluide vers l'extérieur, aussi bien que par les apports de fluide provenant de zones plus éloignées de la paroi. Les résultats des études par visualisation montrent que l'intermittence dans les couches pariétales joue un rôle important dans la production de l'énergie turbulente, en accord avec des mesures au fil chaud des fluctuations de tension de Reynolds par GUPTA & KAPLAN (1972). LEE, ECKELMAN & HANRATTY (1973) ont aussi déduit de leurs mesures à la paroi un comportement intermittent prononcé, des fluctuations de tension de Reynolds. Ces derniers auteurs ont aussi trouvé une certaine relation entre la structure des tourbillons tout près de la paroi et le phénomène de l'intermittence. En mesurant la densité de probabilité de la tension pariétale, toujours par la méthode polarographique, DUHAMEL & PY (1972) ont aussi constaté que l'allure de ces distributions est la conséquence de l'intermittence dans les couches pariétales, en accord aussi avec les données de POPOVICH (1969). En essayant de déterminer la période moyenne $\bar{\tau}$ entre les phénomènes intermittents observés, LAUFER & NARAYANAN (1971) et RAO, NARASIMHA & NARAYANAN (1971) ont montré l'existence d'une dépendance entre $\bar{\tau}$ et le nombre de Reynolds et les caractéristiques d'écoulement principal ($U_0 \bar{\tau} / \delta \sim 5$). Par ailleurs la dépendance de $\bar{\tau}$ et du nombre de Reynolds n'est pas confirmé par MEEK (1972) qui a ajouté aux résultats des autres chercheurs les résultats de ces propres mesures de fluctuations de température et de pression à la paroi (MEEK & BAER, 1970).

Dans une étude récente des caractéristiques statistiques de u_1 , FRENKEL & KLEBANOFF (1973) ont noté que l'allure des fluctuations de u_1 dans les couches pariétales au delà de $Y^+ = 9$ ne met pas en évidence une intermittence. GUPTA & KAPLAN (1972) ont fait la même remarque au moins pour les nombres de Reynolds plus élevés, à l'opposé de l'allure des fluctuations des tensions de Reynolds pour lesquelles l'intermittence est toute indiquée. Ils ont trouvé, tout de même, l'existence d'une intermittence des composantes de vitesse à l'intérieur de la sous-couche visqueuse. Nos propres résultats des mesures détaillées des fonctions de distribution de vitesse et de température dans la

sous-couche (ZARIĆ, 1972a, 1972c), dont on va parler plus tard, montrent un éloignement significatif de ces distributions de distribution gaussienne. Les fonctions de distribution détaillées qu'on a déterminées même plus loin de la paroi sont tellement différentes des distributions gaussiennes que nous avons été conduit à remarquer que ça peut bien être l'influence de l'intermittence présente dans ces couches. Indépendamment, DUMAS, FULACHIER & ARZOUMANIAN (1972) ont fait la même remarque à partir des mesures des coefficients d'aplatissement et de dissymétrie des fluctuations de vitesse et de température.

1.5. PHENOMENE DE L'INTERMITTENCE

Le phénomène de l'intermittence au voisinage des frontières libres des écoulements turbulents a été observé il y a déjà trente ans (CORRSIN, 1943). Il se manifeste dans tous les écoulements semi-contraints où non-contraints comme une frontière abrupte, instantanée et irrégulière séparant l'écoulement turbulent de l'écoulement potentiel. Le premier qui a étudié ce phénomène expérimentalement est TOWNSEND (1949) dans le cas d'un sillage en aval d'un cylindre. Il a aussi défini le facteur d'intermittence, γ , comme la fraction du temps d'observation pendant lequel l'écoulement est tout à fait turbulent et il a déterminé ce facteur à l'aide de coefficient d'aplatissement. Les études expérimentales et théoriques ont été poursuivies par plusieurs auteurs comme: CORRSIN & KISTLER (1955) dans le cas d'un jet circulaire et d'une couche limite de paroi rugueuse; KLEBANOFF (1955) dans le cas d'une couche limite le long d'une paroi lisse; FIEDLER & HEAD (1966) dans le cas de couches limites avec gradient de pression longitudinal; etc. (voir COLES, 1962).

L'importance des études d'intermittence a été reconnue ces dernières années. Déjà, TOWNSEND (1949) a observé que l'intermittence se trouve assez près du centre de sillage et qu'il est raisonnable de supposer qu'il s'agit non d'un phénomène secondaire, mais d'un phénomène jouant un rôle essentiel dans la formation de l'écoulement et dans le transport de quantité de mouvement et de chaleur. L'étude de l'intermittence est essentielle pour la compréhension de l'entraînement du fluide ambiant.

Depuis CORRSIN & KISTLER (1955), on étudie l'intermittence statistiquement, comme un phénomène aléatoire. Presque tous les chercheurs ont trouvé que la répartition du facteur d'intermittence à travers les zones externes peut être représentée par une fonction d'erreur. Quelques chercheurs ont aussi déterminé les distributions de probabilité des vitesses dans les zones d'intermittence. Dans le cas d'un jet rond, DAVIES (1966) a trouvé que les distributions de probabilité dans la zone de mélange sont très dissymétriques vers les vitesses faibles près de zone potentielle et qu'elle sont dissymétriques vers les vitesses élevées dans les zones extérieures. Dans le cas d'un écoulement dans un canal courbé, SNYDER & MARGOLIS (1967) ont aussi trouvé une dissymétrie des distributions de probabilité vers les vitesses plus élevées, d'autant plus prononcée qu'on s'éloigne de la position d'écoulement où γ est d'ordre de 1. Ils ont cependant trouvé que les distributions de probabilité à l'intérieur de la zone pour laquelle $\gamma \approx 1$ sont aussi dissymétriques mais dans le sens opposé. Ils ont

indiqué que cela peut être la conséquence du fait que le signal "total" contient différentes proportions de fluides "turbulent" et "non-turbulent".

Récemment il a été admis de façon définitive que l'étude de l'intermittence par les méthodes conventionnelles, c'est à dire en prenant les moyennes dans une période de temps assez longue, ne donne pas de résultats satisfaisants: les détails caractéristiques sont masqués par le procédé. KOVASZNAY, KIBENS & BLACKWELDER (1970) dans le cas d'une couche limite et WYGNANSKI & FIEDLER (1970) dans le cas d'une zone de mélange ont été les premiers à introduire une nouvelle technique pour faire les moyennes conditionnelles: la moyenne est faite seulement à l'aide d'une partie du signal qui satisfait à une ou plusieurs conditions; on peut donc l'appeler échantillonnage conditionnel.

Depuis, de plus en plus de chercheurs ont employé la technique d'échantillonnage conditionnel dans les études d'intermittence: BLACKWELDER & KOVASZNAY (1972b) et HEDLEY & KEFFER (1973b) dans le cas d'une couche limite le long d'une paroi à gradient de pression nul; BLACKWELDER & KOVASZNAY (1972a) dans le cas d'une couche limite avec gradient de pression favorable; ANTONIA (1972) dans le cas de couches limites le long de parois rugueuses; SPENCER (1970) dans le cas d'une zone de mélange; THOMAS (1973) dans le cas d'un sillage plan; SUNYACH (1971) dans le cas d'un jet plan bidimensionnel et FIEDLER (1973) dans le cas d'un demi-jet plan. Dans les deux dernières études, le jet est chauffé ce qui permet une étude de transfert thermique dans les zones intermittentes.

Pour fixer les idées, il faut distinguer entre une moyenne conditionnelle dans un point par rapport à la position du front turbulent-non-turbulent, et une moyenne conditionnelle dite zonale, par rapport à l'état de l'écoulement turbulent ou non-turbulent (KOVASZNAY, KIBENS & BLACKWELDER, 1970). Une fonction d'intermittence $I(X, Y, Z, \tau)$ est définie par:

$$I(X, Y, Z, \tau) = \begin{cases} 1; & \text{écoulement turbulent} \\ 0; & \text{écoulement non-turbulent} \end{cases} \quad (1.23)$$

Le facteur d'intermittence γ est, dans ce cas, égal à:

$$\gamma = \bar{I} = \lim_{\tau_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} I(\tau) d\tau \quad (1.24)$$

Si $Q(\tau)$ est une quantité fluctuante, une moyenne conventionnelle est définie par:

$$\bar{Q} = \lim_{\tau_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} Q(\tau) d\tau \quad (1.25)$$

et les moyennes conditionnelles zonales, turbulentes et non-turbulentes, sont définies respectivement par:

$$\langle Q \rangle_t = \frac{IQ}{\gamma} = \lim_{\tau_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{\gamma \tau_0} \int_0^{\tau_0} I(\tau) Q(\tau) d\tau \quad (1.26)$$

$$\langle Q \rangle_{nt} = \frac{\overline{(1-I)Q}}{1-\gamma} = \lim_{\tau_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{(1-\gamma)\tau_0} \int_0^{\tau_0} [1-I(\tau)] Q(\tau) d\tau \quad (1.27)$$

la relation:

$$\overline{Q} = \gamma \langle Q \rangle_t + (1-\gamma) \langle Q \rangle_{nt} \quad (1.28)$$

étant toujours respectée,

Dans la technique d'échantillonnage conditionnel le point le plus délicat est la délimitation entre la condition turbulente ou non-turbulente qui est toujours un peu arbitraire. Le choix dépend d'un ou de plusieurs paramètres fluctuants qui doivent satisfaire le mieux la condition d'avoir une intensité de fluctuations nulle dans un état non-turbulent, et assez large dans un état turbulent. Parce qu'il est très difficile de trouver un paramètre satisfaisant à la condition idéale il faut fixer un certain niveau de l'amplitude des fluctuations au-dessous duquel on peut considérer que l'écoulement se trouve dans un état non-turbulent. Les chercheurs employant la technique d'échantillonnage conditionnel diffèrent sur le choix du paramètre caractéristique: CORSIN & KISTLER (1955) et KOVASZNAY, KIBENS & BLACKWELDER (1970) ont utilisé les fluctuations de vorticité $(\partial^2 u_1 / \partial x_2 \partial \tau)$ comme paramètre caractéristique; WYGNANSKI & FIEDLER (1970) ont employé la quantité $[(\partial^2 u_1 / \partial \tau^2) + (\partial u_1 / \partial \tau)^2]$; SUNYACH (1971) et THOMAS (1973) ont utilisé les fluctuations de la dérivée de vitesse filtrée; ANTONIA (1972) a trouvé que les fluctuations de la tension de Reynolds sont beaucoup plus indicatives de l'intermittence que les fluctuations des composantes de vitesse et il a employé, comme critère $(\partial u_1 u_2 / \partial \tau)^2$. Dans le cas des zones de mélange de deux écoulements, dont un est chauffé, les fluctuations de température sont un critère indiqué (BRANDT & BRADSHAW, 1972). CHARNAY, COMTE-BELLOT & MATHIEU (1972) ont aussi utilisé la température comme une marque de l'intermittence dans le cas d'une couche limite perturbée. HEDLEY & KEFFER (1970a) ont examiné, avec beaucoup de détails, tous les procédés de choix entre turbulent et non-turbulent, en considérant plusieurs paramètres comme détecteurs de la fonction d'intermittence. A partir de cette analyse ils ont choisi deux paramètres en même temps: $[(\partial u_1 / \partial \tau)^2 + (\partial u_2 / \partial \tau)^2]$ et $[(\partial^2 u_1 / \partial \tau^2)^2 + (\partial^2 u_2 / \partial \tau^2)^2]$.

On ne va pas discuter des résultats sur les études d'intermittence près des frontières libres, en ce qui concerne les phénomènes dans les couches extérieures. Cependant, certaines de ces études, et en particulier les plus récentes, indiquent l'existence d'une corrélation entre les phénomènes dans les couches les plus rapprochées de la paroi et l'intermittence dans les couches extérieures. A partir de leurs mesures de corrélations conditionnelles spatio-temporelles, KOVASZNAY, KIBENS & BLACKWELDER (1970) ont proposé un schéma de développement des bouffées intermittentes turbulentes: une bouffée naît d'un violent

mouvement vers l'extérieur d'une "balle" fluide possédant, par conséquent, une vitesse plus faible que l'écoulement environnant et un moment angulaire ($\partial u_1 / \partial x_2$). L'écoulement environnant serait alors semblable à l'écoulement autour d'une sphère engendrant un sillage turbulent de plus en plus allongé au cours du temps. Par conséquent le vecteur-vitesse sera incliné vers la paroi dans la partie basse du front amont et le long du front aval de la bouffée, donnant aux corrélations de composante u_2 une caractéristique antisymétrique. L'origine des bouffées, qu'on a trouvée essentielles pour les transports turbulents, reste cependant inconnue. Dans une autre étude, BLACKWELDER & KOVASZNAY (1972b) ont montré l'existence d'une corrélation faible mais non nulle entre les éjections intermittentes dans les couches pariétales et les phénomènes d'intermittence dans les couches extérieures. Ces résultats sont confinés par ceux de l'étude sur l'influence d'un gradient de pression favorable sur l'intermittence aux frontières libres (BLACKWELDER & KOVASZNAY, 1972a). Enfin, HEDLEY & KEFFER (1973b) sont encore plus catégoriques: les phénomènes d'intermittence au voisinage de la frontière libre ont leur origine dans les phénomènes d'intermittence tout près de la paroi et cela par l'intermédiaire de toute une série d'interactions pas encore très bien définies. D'autre part, CHARNAY, COMTE-BELLOT & MATHIEU (1972) ont trouvé que, non seulement les bouffées turbulentes provenant des couches pariétales existent à l'extérieur de la couche limite, mais aussi que l'influence de la turbulence extérieure, dans le cas d'une couche limite perturbée, se fait sentir dans les couches pariétales.

A propos de l'intermittence, il faut noter qu'une autre sorte d'intermittence, bien distincte de l'intermittence auprès des frontières libres, a été observée pour la première fois par BATCHELOR & TOWNSEND (1949): le signal filtré, contenant seulement les fréquences hautes, est intermittent même dans le cas d'une turbulence homogène en aval des grilles. Puisque la turbulence à haute fréquence, donc à petite échelle est associée à la dissipation, ils ont suggéré que les zones actives de la turbulence ne sont pas distribuées uniformément dans l'espace. L'intermittence de la turbulence à petite échelle est aussi observée par SANDBORN (1959) à l'intérieur d'une couche limite. La conception de l'intermittence dans la structure fine de la turbulence a pris une place importante dans les théories de la turbulence et, en particulier, dans la modification de la théorie originale de KOLMOGOROV (1941) (voir par exemple KOLMOGOROV, 1962 et GURVICH & YAGLOM, 1967). Les chercheurs, dans le domaine de la turbulence atmosphérique ont montré que les dérivées de la vitesse peuvent être utilisées comme indicateurs d'intermittence par le fait que les dérivations successives de la vitesse sont à peu près analogues à la filtration du signal (GIBSON, STEGEN & WILLIAMS, 1970; SHEIH, TENNEKES & LUMLEY, 1971; WYNGAARD & TENNEKES, 1970). En faisant une analyse statistique des dérivées de vitesse, FRENKIEL & KLEBANOFF (1971) ont noté que l'allure des signaux des dérivées de vitesse en aval des grilles ne montre pas l'existence de l'intermittence, en tout cas pas une intermittence du type que l'on observe au voisinage des frontières libres, mais qu'en même temps les distributions de probabilité des dérivées ne sont pas gaussiennes. Dans une étude détaillée en aval des grilles et sur l'axe des jets, KUO & CORRSIN (1971) ont observé en même temps les signaux filtrés et les signaux de deux premières dérivées de vitesse et ils ont trouvé qu'il n'y a pas de doute sur la présence de l'intermittence. Ils ont aussi remarqué que

le fait de distributions de probabilité des dérivées non-gaussiennes est justement la conséquence de la présence de l'intermittence. KUO & CORRSIN (1972) ont aussi essayé de déterminer la géométrie des "taches d'activité" de la turbulence, distribuées de façon aléatoire dans l'espace et ils ont suggéré que la géométrie probable est une forme des baguettes. Récemment, BETCHOV & LORENZEN (1973) ont trouvé des pics accentués de signaux de $(\partial u_1 / \partial \tau)$ dans une turbulence homogène mais très intense. BETCHOV (1973), en observant les signaux de $(\partial u_1 / \partial \tau)$ avec quatre fils chauds opérant simultanément, a constaté que ces pics d'intermittence ("spikes") sont distribués dans l'espace en forme de faisceaux de tourbillons. Il a aussi constaté que ces pics, contribuant principalement à l'écart de la forme gaussienne des distributions de probabilité, sont directement reliés à l'irréversibilité de la turbulence. Cette constatation est en accord avec notre suggestion que l'éloignement de la forme gaussienne des distributions de probabilité est la conséquence de la présence de l'intermittence (ZARIĆ, 1972c).

1.6. INTERMITTENCE DANS LES COUCHES PARIETALES

Aux deux types d'intermittence, celle voisine des frontières libres et celle se rapportant à une structure fine, distinguées par des échelles largement différentes, il faut ajouter, comme résultat de l'expérience, un troisième type de l'intermittence d'échelle intermédiaire, l'intermittence dans les couches pariétales.

Récemment, FRENKIEL & KLEBANOFF (1973) ont constaté que le signal de vitesse dans une couche limite voisine de la paroi, dans une position où a été observée une production maximale de turbulence, ne donne aucune indication de l'intermittence. D'autre part, tout résultat expérimental sur la structure des couches pariétales, comme il a été déjà dit, indique la présence de phénomènes intermittents. Nos mesures des distributions de probabilité près de la paroi montrent que cette distribution dans la région de production maximale de turbulence, bien qu'assez symétrique est loin d'être gaussienne (ZARIĆ, 1972a). Les études sur l'intermittence interne de structure fine montrent que la distribution de probabilité de vitesse peut bien être gaussienne tandis que les distributions de probabilité des dérivées ne le sont pas. D'une manière générale, pour éviter une discussion sur la nature des différents types d'intermittence, on peut constater que l'intermittence d'un type quelconque provoque toujours les écarts à une distribution gaussienne et que, par conséquent ces écarts indiquent toujours un certain type d'intermittence.

La technique d'échantillonnage conditionnel s'est montrée comme très utile dans les études d'intermittence au voisinage des frontières libres. Il est donc naturel d'employer la même technique dans les études d'intermittence dans les couches pariétales, et, en particulier, la technique des moyennes conditionnelles zonales. Il reste là, quand même, un certain problème. L'échantillonnage conditionnel au voisinage des frontières libres est destiné à permettre une distinction entre états turbulents et non-turbulents. A l'intérieur des couches pari-

étales, l'écoulement est toujours turbulent. Dans ce cas, on peut distinguer seulement entre les états très turbulents et les états peu turbulents, la distinction étant encore plus vague et arbitraire que dans le cas de la distinction turbulent - non turbulent. Le choix d'un paramètre (Z) et d'un niveau critique (Z_0) des fluctuations de ce paramètre, au-dessous duquel on considère que l'écoulement est peu turbulent, est encore plus important et plus délicat que dans le cas d'une intermittence au voisinage des frontières libres. La définition de la fonction d'intermittence est maintenant:

$$I(X, Y, Z, \tau) = \begin{cases} 1; & Z > Z_0, \text{ écoulement très turbulent} \\ 0; & Z < Z_0, \text{ écoulement peu turbulent} \end{cases} \quad (1.29)$$

En effet, notons que la définition donnée par l'expression (1.29) est aussi plus appropriée dans le cas d'une intermittence des frontières libres, que la définition donnée par l'expression (1.23) (HEDLEY & KEFFER, 1973a).

Une sorte d'échantillonnage conditionnel a été déjà employé par GRASS (1971) dans ses études par visualisation. En cherchant à confirmer par des mesures plus quantitatives, les résultats de l'étude par visualisation de CORRINO & BRODKEY (1969), WALLACE, ECKELMANN & BRODKEY (1972) ont mesuré u_1 , u_2 et $u_1 u_2$ dans les couches pariétales très épaisses d'un écoulement d'huile dans un canal utilisé plus tôt par ECKELMANN (1970). Ils ont employé une technique d'échantillonnage conditionnel pour classer les amplitudes du signal de $u_1 u_2$ en fonction des signes de u_1 et de u_2 . On a ainsi quatre combinaisons:

$u_1 < 0; u_2 > 0$	$u_1 > 0; u_2 > 0$
$u_1 u_2 < 0$	$u_1 u_2 > 0$
I	II
III	IV
$u_1 < 0; u_2 < 0$	$u_1 > 0; u_2 < 0$
$u_1 u_2 > 0$	$u_1 u_2 < 0$

Ils ont trouvé que les contributions aux tensions de Reynolds totales ($u_1 u_2$) des signaux appartenant aux quadrants I (éjections) et IV (apports) sont supérieures de 100%; les éjections contribuant davantage dans le domaine $Y^+ > 15$ et les apports dans le domaine $Y^+ < 15$. Ils ont constaté aussi que les tensions appartenant aux quadrants II et III, d'un signe opposé, provient de l'interaction des apports avec des éjections et vice-versa. WILLMARTH & LU (1972) ont mesuré la tension de Reynolds par les fils chauds dans une couche limite parcourue par l'air. Indépendemment ils ont employé la même technique d'échantillonnage conditionnel que WALLACE, ECKELMANN & BRODKEY (1972). LU & WILLMARTH (1972) ont aussi employé une technique d'échantillonnage conditionnel dans laquelle l'échantillonnage de $u_1 u_2$ à différentes distances de paroi

est fait aux moments où la valeur absolue de fluctuation de u_1 , mesurée par un fil chaud placé à $Y^+ \sim 15$, est au-dessus d'un certain niveau. Au-delà de $Y^+ \sim 30$ et jusqu'à la frontière libre, ils ont trouvé que les éjections contribuent à 77 % au $u_1 u_2$, tandis que les apports n'y contribuent qu'à 55%. Plus récemment, BRODKEY, WALLACE & ECKELMANN (1973) ont introduit la technique digitale dans l'élaboration de ces mesures de u_1 , u_2 et $u_1 u_2$. En confirmant les résultats obtenus dans l'étude précédent, ils ont aussi déterminé les distributions de probabilité des signaux de $u_1 u_2$, u_1 et u_2 , aussi bien que les distributions de probabilités conditionnelles en dépendance du signe de u_1 et de u_2 .

BLACKWELDER & KAPLAN (1972) ont développé une technique d'échantillonnage conditionnel basée sur la filtration digitale. Ils ont enregistré simultanément les signaux de u_1 mesurés par 10 fils chauds situés entre $5 < Y^+ < 100$. La fonction d'intermittence $I(Y, \tau)$ est déterminée à partir de la valeur de la variance des fluctuations des hautes fréquences. Sans faire la distinction entre les différentes phases intermittentes, ils ont cherché à identifier les "bursting" complets de KLINE et ils ont trouvé que ceux-ci sont présents durant 25 à 30 % du temps.

Nous avons aussi employé la technique d'échantillonnage conditionnel par filtration digitale (ZARIĆ, 1972d). Plus tard nous avons développé un autre procédé de détermination de la fonction d'intermittence dont on parlera plus tard.

CHAPITRE II

INSTALLATION ET METHODE EXPERIMENTALE

2.1. INSTALLATION

Toutes les mesures ont été faites dans la section de sortie du canal expérimental divergent-convergeant, utilisé dans les études précédentes (ZARIĆ, 1967, 1968a).

La figure 2.1 montre le schéma du canal expérimental. Il est composé d'une plaque profilée qui forme avec une plaque plane, une succession de quatre diver-

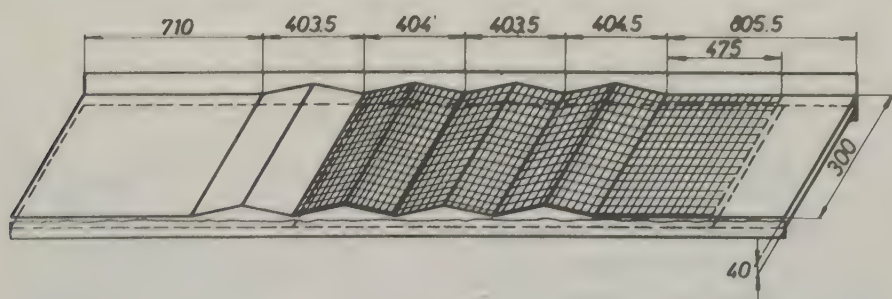


Fig. 2. 1 - Schéma du conduit

gents-convergents, précédés et suivis par de tronçons de section droite constante. Les deux plaques sont en acier inoxydable d'une largeur de 300 mm. Les plaques latérales forment avec ces plaques une section droite rectangulaire. La distance minimale entre les plaques est de 40 mm; l'angle d'ouverture des divergents est de 16° et le rapport entre les sections droites de sortie et d'entrée est 2,5/1. Les surfaces intérieures des plaques sont polies.

La plaque profilée et la plaque plane peuvent être chauffées par effet Joule à l'aide d'éléments constitués par des rubans de "kanthal", placés entre deux lames de mica et noyés dans un ciment de sable de quartz et de verre soluble. La densité maximale de flux thermique a été de 3 W/m^2 . Le flux de chaleur est déterminé d'après la mesure de la puissance électrique dissipée.

Les températures de surface sont mesurées à l'aide de thermocouples cuivre-constantan de 0,3 mm de diamètre. Les fils sont gainés de silicone, sauf à l'endroit de la soudure, et noyés dans des rainures faites dans les plaques per-

pendiculairement à la direction d'écoulement. La force électromotrice des thermocouples est mesurée par un potentiomètre permettant de déterminer la températures à 0,1°C près.

Les fuites latérales sont négligeables pour le calcul du flux de chaleur dans le plan de symétrie du conduit et les fuites le long de canal sont pratiquement annulées par les éléments chauffants de garde. Les fuites thermiques vers le milieu extérieur sont réduites par des couches de laine de verre et d'asbeste.

La soufflerie, à circuit ouvert, de fonctionnement continu, comprend successivement, de l'amont vers l'aval: un ventilateur centrifuge d'un débit massique de 0,1 à 0,6 kg/s; un débitmètre à diaphragmes; un filtre à poussière Schneider-Poelmann; une chambre de tranquillisation; un convergent; et le canal expérimental.

Un mécanisme du déplacement des sondes permet la détermination des profils de vitesse et de température d'écoulement dans n'importe quelle section droite de la dernière section divergent-convergent et dans les premiers 100 mm du tronçon de section droite constante, à la sortie du canal (Fig. 2.1).

Dans l'étude présentée ici, toutes les mesures sont faites dans la section droite située dans le tronçon de sortie et éloignée de 100 mm de la sortie de dernier convergent.

2.2. MESURES DE VITESSE ET DE TEMPERATURE

Les techniques de mesures couramment utilisées dans les études de turbulence pariétale sont discutées en détails par ZARIĆ (1972b).

En ce qui concerne les mesures de vitesse instantanée, on a constaté que, malgré ses défauts la technique du fil chaud reste encore la plus convenable quand il s'agit de mesures statistiques. En principe, une technique optique utilisant un laser et l'effet Doppler ne présente plus les inconvénients de la méthode du fil chaud et elle convient aussi aux mesures statistiques, mais elle reste encore à être développée.

Il est cependant très important quand on utilise le fil chaud, de bien connaître les limitations de cette méthode, à savoir que:

- la méthode n'est pas directe, d'où l'importance de l'étalonnage;
- il est nécessaire d'introduire une sonde dans l'écoulement, d'où la nécessité des corrections;
- un fil n'est pas sensible à la direction du vecteur de la vitesse;
- la résolution spatiale le long du fil est insuffisante;
- il est impossible de détecter un champ de vitesse instantanée sans avoir toute une série de sondes.

On a aussi constaté, en ce qui concerne les mesures de température instantanée, qu'il est convenable d'utiliser un thermomètre à résistance en forme d'un fil mince; le gros avantage étant la possibilité d'utiliser un seul fil pour les mesures de température et de vitesse.

Il serait très désirable de mesurer simultanément température et vitesse en un point d'écoulement. Il est en principe possible de faire cela en utilisant un anémomètre à fil chaud à intensité constante (CORRSIN, 1947). Cependant, la précision de cette méthode n'est pas bien établie en cas de la turbulence pariétale et surtout l'utilisation d'un anémomètre à intensité constante, au lieu d'un anémomètre à température constante, pour les mesures statistiques au voisinage de la paroi, donc dans une zone d'intensité de turbulence élevée, n'est pas à recommander.

Or a donc utilisé un seul fil, branché successivement sur le circuit d'un anémomètre à température constante et sur un pont de Mueller, pour les mesures de vitesse et de température respectivement.

Il faut signaler cependant, qu'une méthode est développée très récemment par CALVET & LIOUSSE (1971) qui permet les mesures simultanées de température, de vitesse et même de pression, par un seul fil alimenté en impulsion. Nous regrettons de ne pas pouvoir essayer cette méthode dans la présente étude.

La figure 2.2 montre le schéma de la sonde et du circuit électronique. La sonde est constituée par un fil de tungstène de $5\text{ }\mu\text{m}$ de diamètre, soudé sur des broches d'acier inoxydable dont les dimensions sont indiquées sur la figure 2.2.

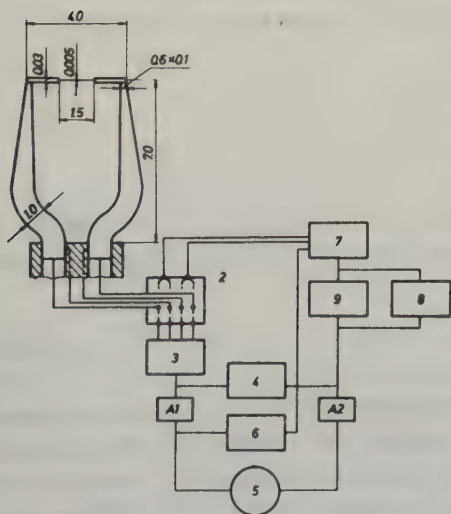


Fig. 2.2 - Schéma de principe du dispositif de mesure. 2, Commutateur; 3, pont de Mueller; 4, enregistreur; 5, magnétophone; 6, RMS-meter; 7, anémomètre; 8, voltmètre digital; 9, comparateur; A1, A2, amplificateurs.

et d'un pont de Mueller (3). On a utilisé un anémomètre à température constante DISA 5501 avec une surchauffe de 1,8. Au cours des mesures de température

Les bouts du fil, près des broches, sont recouverts d'une couche de cuivre d'environ $10\text{ }\mu\text{m}$ d'épaisseur, par un procédé électrolytique, de manière que la partie centrale du fil, d'environ 1,5 mm de longueur, reste nue. Une fois la soudure du fil faite, les bouts du fil et des broches sont également recouverts de cuivre. Par ce procédé, les conditions aux bouts du fil sont mieux définies, ce qui facilite l'étalonnage de la sonde (DAVIES, 1969). En outre les fuites thermiques par conduction sont réduites par ce procédé (ZARIĆ, 1972b). On a pris soin que le fil reste tendu au cours de l'opération.

Les broches sont entrées à force dans les ouvertures d'un tube en céramique, de 4 mm de diamètre extérieur. Deux fils de cuivre sont soudés à chacune des broches. Un commutateur microhm (2 dans Fig. 2.2) permet de brancher la sonde successivement sur le circuit d'un anémomètre DISA (7)

la sonde est reliée par quatre fils à un pont de Mueller (Leeds and Northrup type G2) comportant une précision de $10^{-4} \Omega$. Les quatre fils sont utilisés afin d'éliminer la résistance des connections par un procédé connu dans la technique des mesures de résistance. Le fil est alimenté par un courant de 2 milliampères.

Pour mesurer les fluctuations de température, il est nécessaire d'amplifier le signal au moins d'un facteur 1000. Ceci est fait par un amplificateur Hewlett Packard (type 2470 A), d'un bruit de fond très bas (A1 sur fig. 2.2).

La détermination rapide des valeurs quadratiques moyennes des fluctuations de vitesse et de température a été faite par un DISA RMS-Meter.

2.3. ETALONNAGE

La précision de la méthode du fil chaud dépend de la précision de l'étalonnage. Le signal de réponse d'un fil chaud est non-linéaire en vitesse, surtout dans le domaine des vitesses faibles. Dans une étude statistique des couches d'écoulement très proches de la paroi, on trouve des vitesses instantanées très faibles, mais aussi, à cause d'une intensité de turbulence élevée, toute une gamme de vitesses. D'où l'importance d'un étalonnage très méticuleux. Le signal de réponse d'un fil chaud dépend de la température d'écoulement. L'avantage de la méthode utilisée est qu'on peut mesurer cette température par le même fil.

La relation entre la résistance du fil et la température est déterminée dans un ultra-thermostat en utilisant un thermomètre à résistance standard. Dans l'intervalle des températures de 20 à 80°C qui nous intéresse, on a une relation sensiblement linéaire:

$$R = R_0 (1 + \beta T) \quad (2.1)$$

avec une valeur de β d'ordre de $0,004 \text{ K}^{-1}$.

Dans le même thermostat, on détermine la relation entre la tension électrique pour une vitesse nulle, E_0 , et la résistance du fil; cette relation est aussi approximativement linéaire:

$$E_0 = C - DR \quad (2.2)$$

Deux méthodes différentes ont été utilisées pour étalonner la sonde en vitesse. Pour les vitesses supérieures à 2 m/s, on a employé la soufflerie d'étalonnage DISA, modifiée de manière à permettre l'étalonnage à différentes températures d'écoulement, jusqu'à 70°C. En utilisant un micromanomètre Fortier, comportant une précision de $5 \times 10^{-7} \text{ bar}$, on arrive à une précision satisfaisante pour des vitesses de l'ordre de 1 m/s.

Pour les vitesses plus faibles, de 0,1 à 3 m/s, l'étalonnage s'effectue en plaçant la sonde à la sortie d'un tube calibré dans lequel on maintient, en utilisant un col sonique, un écoulement laminaire constant. En variant les dimensions des tubes et des cols soniques, on a plusieurs points d'étalonnage.

Les résultats d'étalonnage sont bien représentés par la relation proposée par DAVIES & BRUNN (1969) :

$$E^2 - E_0^2 = MU^n \tag{2.3}$$

Les valeurs de M et n pour les différents intervalles de vitesse sont portées dans le tableau 2.1; la température d'étalonnage étant de 25,8°C. La variation de tension électrique E avec la vitesse U dans l'intervalle de 0 à 10 m/s est représentée sur la figure 2.3 La non-linéarité prononcée du signal dans le domaine des vitesses faibles est bien évidente. A l'intérieur du film visqueux on a par

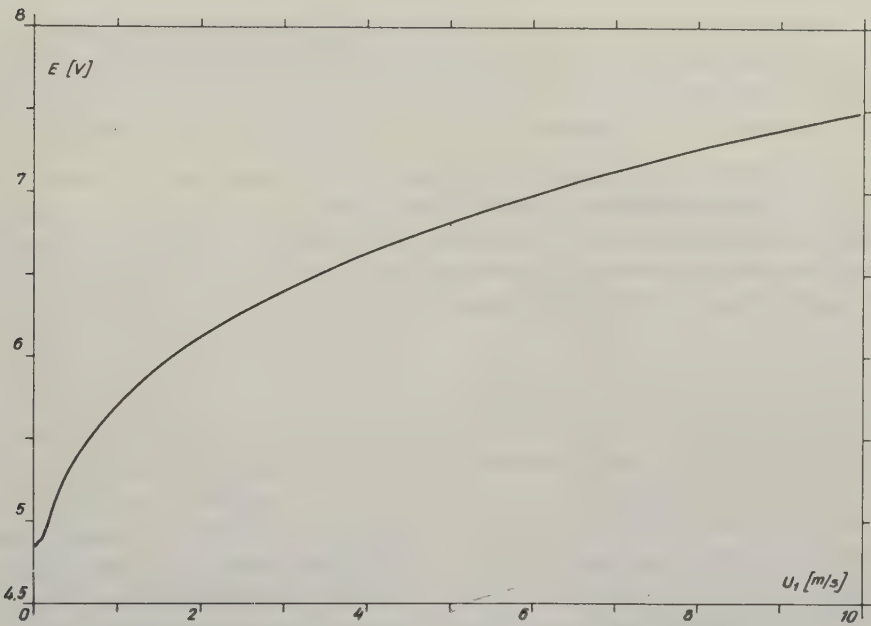


Fig. 2.3 - Etalonnage du fil

exemple une variation des vitesses instantanées de 0,5 à 6 m/s. D'après le tableau 2.1, on voit qu'à cette variation de vitesse correspondent six groupes de valeurs de M et de n . Il n'est donc pas question d'utiliser une linéarisation électronique analogue dans ces conditions, d'où l'importance des techniques digitales pour les études statistique de la turbulence pariétale.

$$Q = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau Q(\tau) d\tau$$

Tableau 2.1

U	< 0,3	0,4	0,6	1,0	1,9	3,9	8,1	15,6	25,8	36,0	50
m/s	> 0,3	0,3	0,4	0,6	1,0	1,9	3,9	8,1	15,6	25,8	36
n	1,6	1,02	0,88	0,73	0,64	0,55	0,52	0,49	0,47	0,45	0,435
M	23,8	11,3	10,0	9,2	9,1	9,6	10,1	10,7	11,3	11,9	12,7

D'après DAVIES (1969), pour les variations faibles de la température d'écoulement, on peut supposer que le signal est proportionnel à la différence des températures du fil et de l'écoulement, de sorte que la tension électrique E_t à la température T quelconque est reliée à la tension E_a à la température T_a de l'étalonnage par:

$$E_t^2 = E_a^2 \left(\frac{R_w - R_t}{R_w - R_a} \right) \quad (2.4)$$

où: R_w , R_t et R_a sont résistances du fil correspondant aux températures du fil T_w , T et T_a , respectivement.

Nos résultats d'étalonnage à différentes températures d'écoulement confirment l'expression (2.4) dans la plupart des domaines de vitesse qui nous intéressent. La relation (2.4) n'est plus applicable seulement pour des vitesses très faibles où une relation quadratique est plus appropriée (KANEVCE & OKA, 1973).

Les caractéristiques des sondes changent lentement avec le temps d'emploi. On a cependant trouvé que les relations données par les expressions (2.1), (2.2) et (2.3) restent valables avec les mêmes constantes β , C , D , M et n . Le changement des caractéristiques se rapporte seulement à la variation de R_0 valeur que l'on peut déterminer facilement.

2.4. CORRECTIONS APORTEES AUX VITESSES

La présence des sondes et des broches perturbe l'écoulement de telle sorte que le champ thermique autour de la sonde dépend de la manière dont elle est placée dans l'écoulement, aussi bien que de sa distance de la paroi. Ainsi, l'inclinaison des broches par rapport à la direction d'écoulement influence le signal. Ce problème a été abordé par VAN-THINH (1967) et COMTE-BELLOT, STROHL & ALCARAZ (1971). On a pris soin que dans la section de mesures, les broches soient très peu inclinées par rapport à la paroi, au maximum de 12° .

La perte de chaleur d'un fil chaud est notablement accrue par le voisinage d'une paroi. Il s'agit à la fois d'un effet de conduction et d'une modification par la paroi du phénomène de convection naturelle et forcée sur le fil et sur les broches. L'étude la plus sérieuse de cet "effet de paroi", a été faite par WILLS (1962). Il a établi, par des mesures détaillées, les corrections à faire pour un fil long, en fonction de la distance à la paroi, dans un écoulement laminaire. Cependant, en appliquant ces corrections pour la même sonde, dans le même canal, mais en écoulement turbulent, il a obtenu les résultats sur-correctés sans pouvoir offrir une explication. En écoulement turbulent les résultats satisfaisants sont obtenus en appliquant la relation suivante:

$$U_e = U - \beta (U - U_l) \quad (2.5)$$

Dans cette expression, β est une constante empirique égale à 0,5, U est la vitesse non-correctée, U_l la vitesse corrigée par correction laminaire, et U_e la vitesse vraie.

Les corrections de Wills ont été utilisées avec succès par plusieurs chercheurs. Il faut cependant tenir compte que les résultats de Wills obtenus avec des fils longs ne sont pas directement applicables à n'importe quelle sonde. D'après COANTIC (1966), on peut utiliser le procédé suivant.

L'influence de la distance à la paroi sur la tension électrique d'une sonde est d'abord mesurée hors du canal, près d'une paroi de même matériau, pour une vitesse nulle. La distance à la paroi est déterminée avec une précision de 2 μm par un moyen optique. On obtient une relation de la forme:

$$E_w^2 - E_o^2 = f(Y) \quad (2.6)$$

où E_w est la tension électrique non-corrigée et E_o la tension électrique loin de la paroi pour une vitesse nulle. La relation (2.6) est représentée par la courbe A dans la figure 2.4.

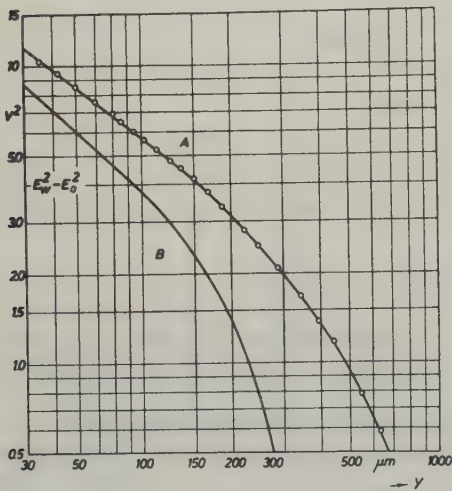


Fig. 2.4 - Effet de la paroi sur la tension électrique aux bornes du fil.

$$E_w^2 - E_a^2 = E_w^2 - E_o^2 - \pi\lambda l R(T_w - T_a)\Delta E^2 \quad (2.8)$$

La relation (2.8) est représentée par la courbe B de la figure 2.4.

Enfin, pour un écoulement turbulent, on obtient la vitesse corrigée U_e par:

$$U_e = U_w - B(U_w - U_a) \quad (2.9)$$

où U_w et U_a correspondent aux valeurs E_w et E_a respectivement, et où $B = 0,5$, d'après WILLS (1962).

On a employé ce procédé pour déterminer les vitesses moyennes très près

Il faut signaler ici que la relation (2.6) est très bien reproductible, de telle sorte qu'on l'a utilisée pour la détermination de la distance à la paroi dans le canal quand l'écoulement est arrêté.

Les corrections pour une vitesse différente de zéro sont obtenues en utilisant les données de WILLS (1962):

$$\Delta E^2 = (E_o^2 - E_a^2) / \pi\lambda l R(T_w - T_a) \quad (2.7)$$

où λ est la conductivité thermique de l'air; l la longueur active du fil; T_w et T_a les températures respectives du fil et de l'air E_a la tension électrique loin de la paroi pour une vitesse différente de zéro. On obtient donc la correction par:

d'une paroi. Comme on peut le voir sur la figure 2.5, les résultats sont satisfaisants, sauf pour quelques points les plus rapprochés de la paroi. Cependant il n'y a pas lieu d'être tout à fait satisfait de ce procédé: d'après la figure 2.4 la courbe A correspond à une vitesse nulle et la courbe B à toutes les vitesses différentes de zéro, même très faibles; il y a là une discontinuité. Ajoutons que la valeur $B = 0,5$ est tout à fait empirique.

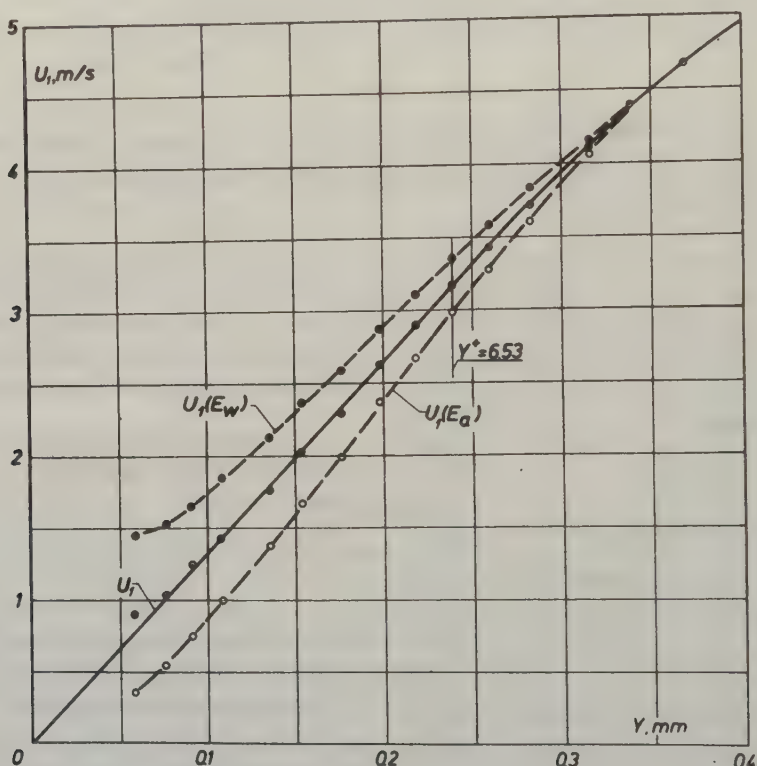


Fig. 2.5 - Vitesse moyenne au voisinage immédiat de la paroi. ● — Vitesse non-corrigée; ○ — corrections laminaires; ● — corrections d'après WILLS (1962).

2.5. CORRECTIONS APORTEES AUX TEMPERATURES

Dans un écoulement non-isotherme, il existe un gradient thermique dans les broches de la sonde, inclinées d'un angle α par rapport à la paroi. Dans le cas de gradients de température importants tout près d'une paroi chauffée, une quantité de chaleur non négligeable est transférée par conduction le long des broches; par suite, la température moyenne du fil, T_R , est plus basse que la température locale du fluide, T_c .

Les corrections peuvent se faire à l'aide d'un système de trois équations de la forme:

$$\frac{d^2 T_i}{dx_i^2} - \omega_i^2 (T_i - T_{fi}) = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.10)$$

pour le fil ($i = 1$), le fil recouvert par le cuivre ($i = 2$) et les broches ($i = 3$). Dans l'expression (2.10), T_i est la température locale de matériau au point X_i , T_{fi} la température locale du fluide, et

$$\omega_i^2 = 4h_i/\lambda_i d_i \quad (2.11)$$

avec: b_i le coefficient de transfert de chaleur par convection; λ_i la conductivité thermique de matériau et d_i le diamètre.

Pour le fil et la partie du fil recouverte par du cuivre on peut supposer que la température de fluide est égale à la température locale que l'on mesure, T_c :

$$T_{f1} = T_{f2} = T_c$$

Cependant, T_{f3} varie le long des broches. Pour simplifier les calculs, on prend:

$$T_{f3} - T_o = (T_p - T_o) e^{-ax_3} \quad (2.12)$$

où T_p et T_o sont les températures de la paroi et sur l'axe du canal, respectivement, et où a est donné par:

$$a = \dot{q}_p \sin \alpha / \lambda_{fp} (T_p - T_o) \quad (2.13)$$

avec: $\dot{q}_p$ - densité de flux thermique à la paroi et λ_{fp} - conductivité thermique de fluide correspondant à la température T_p .

Les conductions aux limites imposent que les flux thermiques aux jonctions sont égaux. La solution de système d'équations (2.10) est alors la suivante (ZARIĆ, 1972b):

$$\begin{aligned} \frac{T_c - T_R}{T_c - T_o} &= \frac{\text{th} \xi_1 \cdot \text{th}^2 \xi_2 \cdot \text{sh} \xi_2}{\xi_1 \text{sh} \xi_1 [1 - (a/\omega_1)^2]} \cdot \\ &\cdot \frac{\text{sh} \xi_3 \{ (a/\omega_1)^2 + (a/\omega_1) \text{th} \xi_1 - 2 \} + \text{th} \xi_3 \cdot e^{-al_2}}{[(\Omega_2/\Omega_1) \text{th} \xi_3 + \text{th} \xi_2] [(\Omega_1/\Omega_2) \text{th} \xi_1 \cdot \text{th} \xi_2 - 1] \text{sh}^2 \xi_2 + (\Omega_2/\Omega_3) \text{th} \xi_3 \cdot \text{th}^2 \xi_2} \\ &\dots \dots \quad (2.14) \end{aligned}$$

avec:

$$\Omega_i = \lambda_i \omega_i F_i ; \quad \xi_i = \omega_i l_i$$

où F_i sont les sections droites et l_i les longueurs correspondantes.

Les détails du calcul sont donnés par ZARIĆ (1972b). La figure 2.6 donne la distribution des températures moyennes tout près de la paroi, sans

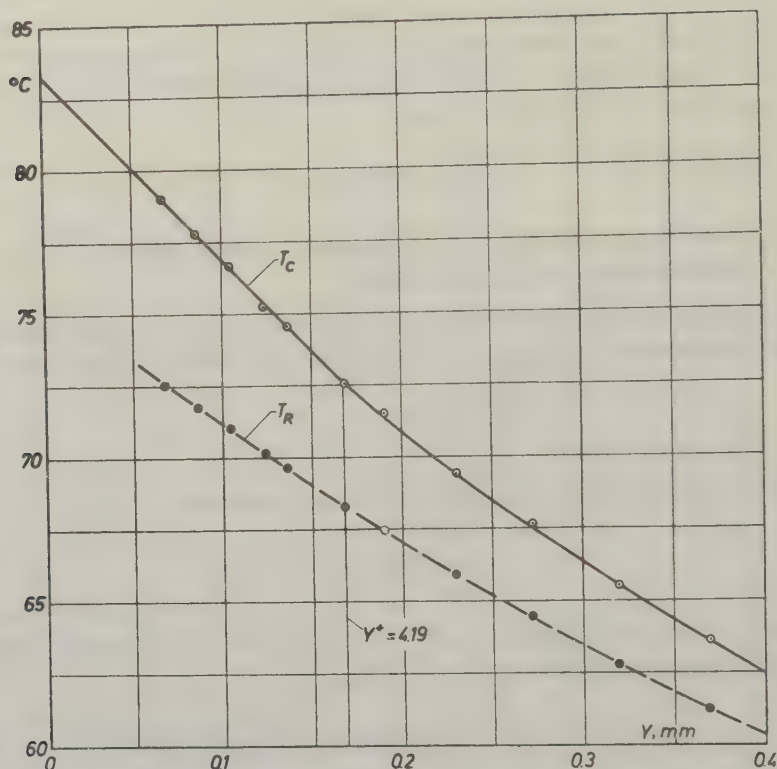


Fig. 2.6 - Température moyenne au voisinage immédiat de la paroi. ● - Température non-corrigée; ○ - Température corrigée.

et avec les corrections, par l'expression (2.14). La température de paroi obtenue par l'extrapolation des mesures est en bon accord avec la température mesurée par le thermocouple. Sur la figure 2.6, on peut voir que les corrections sont appréciables.

2.6. ENREGISTREMENT DES SIGNAUX

Les signaux des vitesses et des températures à plusieurs distances de la paroi sont enregistrées sur des bandes magnétiques analogues pour l'analyse statistique.

Dans le cas des vitesses, on retranche d'abord du signal une tension électrique constante en utilisant un comparateur (9 sur fig. 2.2). On détermine la valeur de cette tension électrique par un volt-mètre digital (8). Pendant l'enregistrement, on détermine la valeur de la tension électrique moyenne du signal E_M par intégration. Le signal est amplifié d'un facteur $A = 1$ à 3,5 par un amplificateur de courant continu Hewlett Packard 2470A (A2) afin d'utiliser au mieux la bande magnétique.

Dans le cas des températures, on opère d'une façon analogue en utilisant le pont de Mueller (2) pour obtenir la valeur moyenne approximative. Le signal de déséquilibre est amplifié d'un facteur de 10^3 à $3,5 \cdot 10^3$ par des amplificateurs de courant continu (A1).

On utilise un magnétophone AMPEX modèle FR-1300. Les signaux de 15 s de durée sont enregistrés sur la bande magnétique qui se déroule à la vitesse de 152,4 cm/s.

Afin d'enregistrer le signal sur une bande magnétique digitale, on reproduit le signal avec la bande analogue se déroulant à une vitesse 32 fois plus faible (4,76 cm/s). Le système d'enregistrement digital comprend un convertisseur analogue - fréquence Hewlett Packard (10^5 impulsions par seconde), un acquiiseur, alimenté par 250 Hz, un petit calculateur digital ZUSE et le grand calculateur digital CDC-3600 du Centre de calcul d'Institut Boris Kidric de Belgrade. Le calculateur CDC-3600 dispose d'une mémoire de 64 K.

A partir d'un signal analogue de 15 s de durée, on obtient, par ce procédé une succession de $N = 120.000$ valeurs digitales séparées par un intervalle de temps de 0,125 ms (une fréquence maximale de 8000 Hz). La résolution en volts est donnée par

$$r_e = 0,0025/A$$

où: A est l'amplification de signal. Cela correspond à une vitesse comprise entre 1 et 10 mm/s suivant la distance à la paroi.

CHAPITRE III

ÉCOULEMENT MOYEN

3.1. GENERALITES

Dans cette étude, on présente les résultats des mesures obtenues dans la tranche à section droite constante (40 x 300 mm) située à la sortie du canal expérimental (fig. 2.1) où l'écoulement s'approche d'un écoulement établi. Toutes les mesures sont faites près de la plaque plane dans une section droite située 100 mm en aval de la sortie du dernier convergent.

Comme on l'a déjà constaté dans les études précédentes (ZARIĆ, 1972b), on ne peut pas considérer que, dans la section des mesures, l'écoulement est pleinement établi, d'ailleurs cette section ne se situe pas très loin de la sortie du dernier convergent. En outre, parce qu'elle se situe à la suite d'un convergent, les paramètres d'écoulement (facteur de forme H , le coefficient des pertes de charge, C_D , etc.) sont, comme on va le voir plus loin, très voisins de ceux d'un écoulement établi. Il existe quand même une certaine dissymétrie dans le profil des vitesses moyennes à travers la section de mesure, de telle sorte que la vitesse maximale se situe non pas sur l'axe du conduit, mais plus près de l'autre plaque. Notre but étant de donner une contribution à l'étude statistique de la turbulence tout près de la paroi, nous pouvons considérer que le régime non pleinement établi n'a pas d'influence appréciable sur les caractéristiques statistiques d'écoulement dans les couches pariétales.

Dans ce chapitre, on présente les résultats des mesures des vitesses moyennes en écoulement isotherme et des vitesses et des températures moyennes en écoulement non-isotherme, obtenues par les méthodes conventionnelles, c'est-à-dire analogues. On a aussi inclus les résultats des mesures des valeurs quadratiques moyennes des fluctuations des vitesses et des températures obtenues par la méthode analogue.

3.2. ÉCOULEMENT ISOTHERME

On calcule la vitesse moyenne locale U_1 à l'aide de la tension électrique moyenne E_{MA} , d'après l'équation (2.3):

$$U_1 = \left[\frac{E_{MA}^2 - E_0^2}{M} \right]^{1/n} \quad (3.1)$$

On a tenu compte de la température d'écoulement en calculant E_M , d'après l'équation (2.4) :

$$E_{MA}^2 = E_M^2 \left(\frac{R_w - R_a}{R_w - R_t} \right) \quad (3.2)$$

où E_M est la tension électrique obtenue par intégration à la température T . Très près de la paroi, à une distance inférieure à 0,32 mm, on effectue les corrections données au paragraphe 2.4.

Le profil des vitesses moyennes près de la paroi est représenté sur la figure 2.5. A partir de la pente du profil à la paroi, on calcule la tension de frottement :

$$\tau_p = \mu_p \left(dU_1 / dY \right)_p \quad (3.3)$$

et la vitesse de frottement :

$$U_* = \sqrt{(\tau_p / \rho_p)} \quad (3.4)$$

La distribution des vitesses moyennes adimensionnelles dans la section de mesure jusqu'à l'axe du canal ($Y_o = 20$ mm) est représentée sur la figure 3.1 en rapportant les vitesses à la vitesse sur l'axe, U_o . Sur la même figure, on donne la distribution des intensités de fluctuations, $K = (u'^2)^{1/2}$, rapportées à la même vitesse U_o . Les valeurs de K sont obtenues d'après les valeurs quadratiques moyennes de la tension électrique E_{RMS} mesurée par un DISA RMS-mètre. On a tenu compte approximativement de la non-linéarité du signal en calculant K par l'expression :

$$K = (U_1' + U_1'') / 2 \quad (3.5)$$

où U_1' et U_1'' correspondent aux tensions électriques ($E_M - E_{RMS}$) et ($E_M + E_{RMS}$), respectivement. On a tenu compte aussi de l'influence de la paroi en faisant les corrections nécessaires sur les vitesses U_1' et U_1'' . Sur la figure 3.1, on peut voir que le profil des vitesses n'est pas symétrique, de sorte que la vitesse maximale ne se trouve pas sur l'axe du conduit mais plus loin de la plaque de mesures que Y_o . Il faut aussi noter que l'intensité de turbulence sur l'axe du conduit est d'environ 0,06, ce qui est approximativement 50% au dessus des valeurs observées par les autres chercheurs dans un écoulement établi de conduit (COANTIC, 1966). D'autre part, il est peu probable qu'une augmentation de 50% de l'intensité de turbulence sur l'axe puisse influencer les caractéristiques d'écoulement dans les couches pariétales (CHARNAY, COMTE-BELLOT & MATHIEU, 1972).

Les distributions des vitesses adimensionnelles, $U^+ = U_1 / U_*$, et des intensités des fluctuations adimensionnelles, $K^+ = K / U_*$, sont représentées, en

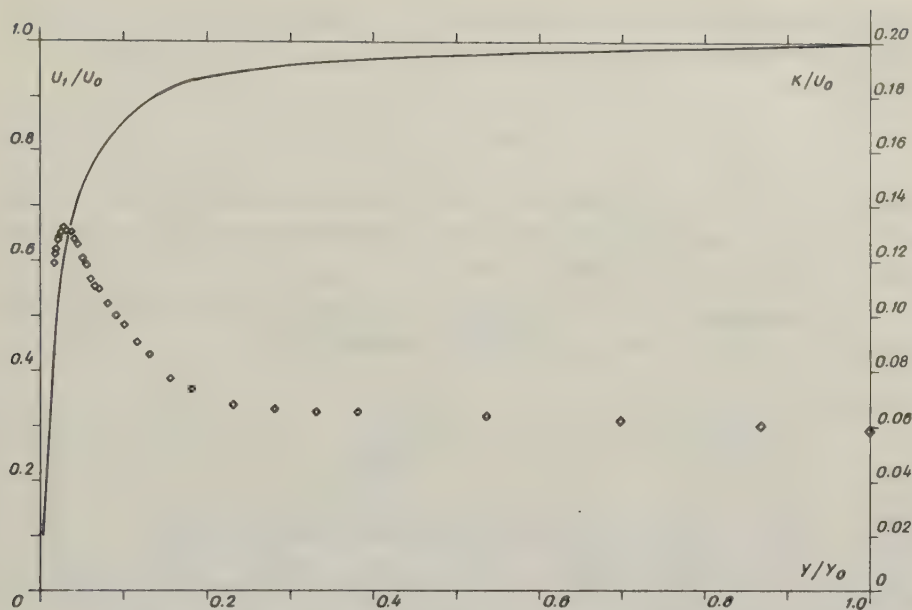


Fig. 3.1 - Répartition des vitesses moyennes, U_1/U_0 , et des intensités des fluctuations, K/U_0 , en écoulement isotherme.

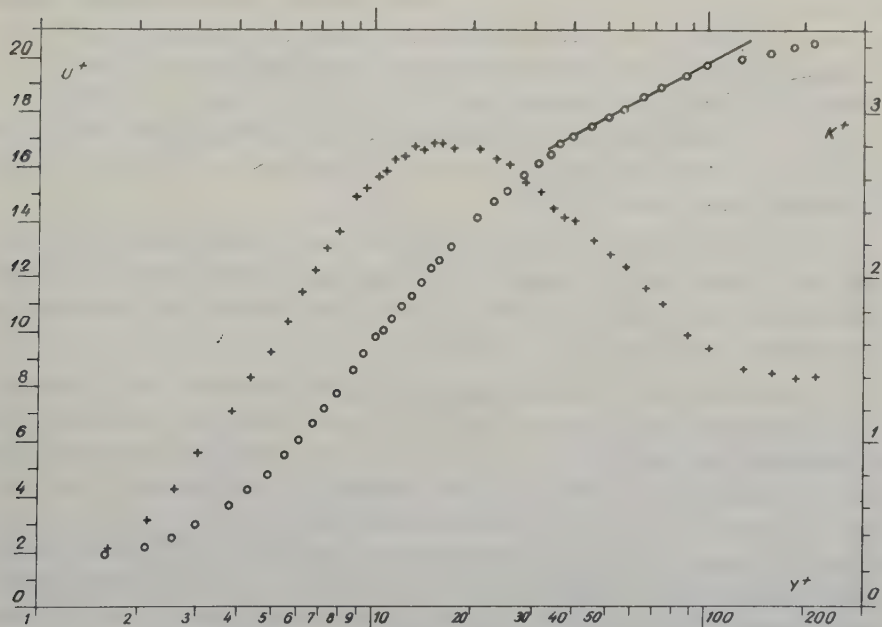


Fig. 3.2 - Représentation logarithmique des vitesses moyennes et des intensités des fluctuations en écoulement isotherme. O, U^+ ; +, K^+ .

échelle semilogarithmique sur la figure 3,2 en fonction de $Y^+ = YU_\star/\nu$. On retrouve la loi logarithmique des vitesses dans une zone pas trop étendue ($35 < Y^+ < 100$). On a :

$$U^+ = A \log Y^+ + B \quad (3.6)$$

avec $A = 6,1$ et $B = 7,4$. Il faut noter que $Y^+ = 100$ correspond à $Y/Y_0 = 0,18$. Le but de cette étude étant l'étude de l'écoulement fluctuant, on n'attache pas une trop grande importance à ces valeurs.

Les paramètres globaux de l'écoulement isotherme calculés d'après la distribution des vitesses sont groupés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1.

U_o	U_M	T_M	τ_p	$U_\star$	$\delta^\star$	H	$10^5 \nu$	$10^{-4} Re$
m/s	m/s	°C	N/m ²	m/s	mm	—	m ² /s	—
10,2	9,54	40,7	0,255	0,48	1,26	1,39	1,73	3,91

3.3. ECOULEMENT NON-ISOTHERME

Dans le cas d'un écoulement non-isotherme, on chauffe les deux plaques parallèles par effet Joule et on mesure, par le même fil, successivement la température et la vitesse, à la même distance de la paroi. On détermine la résistance moyenne du fil R_t , alimenté par un courant faible, par le pont de Mueller et on calcule la vitesse par les équations (3.1) et (3.2), d'après les mesures de R_t et de E_M . La détermination des températures au voisinage immédiat de la paroi nécessite un certain nombre d'itérations, à cause des corrections de vitesse qui dépendent de la température.

La distribution des températures, corrigées au voisinage de la paroi, est donnée sur la figure 2.6. La densité de flux thermique, déterminée par la pente du profil et par la conductivité thermique, est en accord avec les mesures de puissance électrique dissipée à $\pm 4\%$ près.

La distribution des vitesses en écoulement non-isotherme est comparée avec la distribution en écoulement isotherme sur la figure 3.3, où la distribution des différences des températures ($T_p - T_l$) est aussi représentée. Les vitesses sont rendues adimensionnelles en les rapportant à la vitesse sur l'axe, U_o , et les différences des températures en les rapportant à la différence, $\theta_o = T_p - T_o$, sur l'axe. En accord avec les autres chercheurs (NICHOLL, 1970, SHLANCHIAUSKAS, VAITEKUNAS & ZHUKAUSKAS, 1971) les vitesses adimensionnelles en écoulement non-isotherme sont, près de la paroi, plus basses que les vitesses en écoulement isotherme et plus hautes plus loin de la paroi ($Y > 0,2 Y_0$).

Les distributions des vitesses sans et avec chauffage sont représentées en échelle semi-logarithmique, sur la figure 3.4. Les vitesses sont rapportées

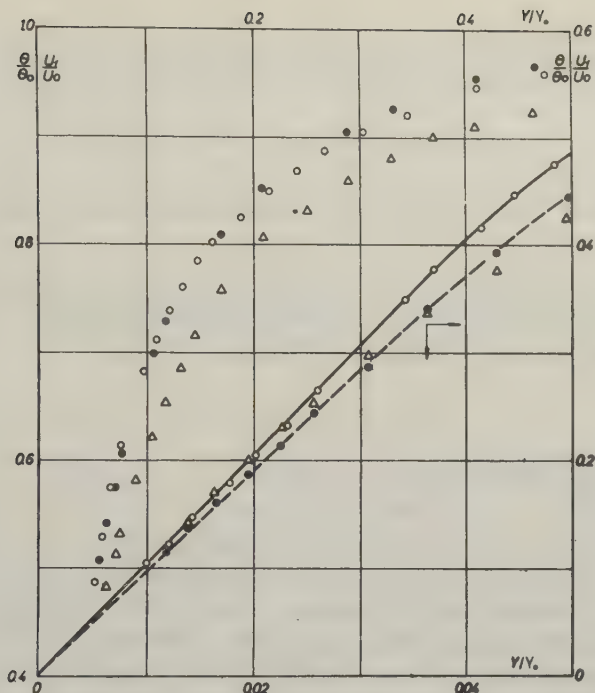


Fig. 3.3 - Répartition des vitesses moyennes, U_1/U_0 , et des différences de températures moyennes, θ/θ_0 . O, U_1/U_0 , écoulement isotherme; •, U_1/U_0 , écoulement non-isotherme; Δ , θ/θ_0 .

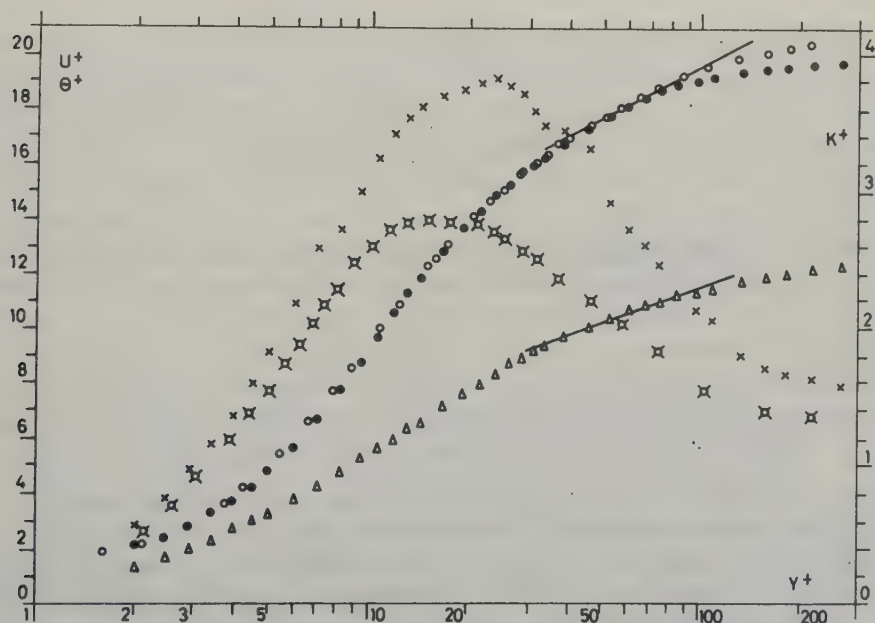


Fig. 3.4.- Représentation logarithmique des vitesses moyennes, U^+ , des différences de températures moyennes, θ^+ , et des intensités des fluctuations de vitesse, K^+ . O, U^+ , $\times$, K^+ ; écoulement isotherme. •, U^+ ; +, K^+ ; Δ , θ^+ ; écoulement non-isotherme.

à la vitesse de frottement U_* calculée d'après les équations 3.3 et 3.4. Les distances adimensionnelles à la paroi, Y^+ , sont calculées par:

$$Y^+ = YU_*/\nu_p \quad (3.7)$$

où ν_p correspond à la température de la paroi. On retrouve à peu près la même loi logarithmique.

Sur la même figure, la distribution des différences de températures adimensionnelles est aussi reproduite. Les différences de températures, $\theta = T_p - T$, sont rapportées à la température de frottement:

$$\Theta_* = \dot{q}_p / c_p \rho_p U_* \quad (3.8)$$

On retrouve la loi logarithmique:

$$\Theta^+ = \Theta / \Theta_* = A_T \log Y^+ + B_T \quad (3.9)$$

dans la même zone que pour les vitesses, avec $A_T = 4,6$ et $B_T = 2,2$. La valeur de A_T est en accord avec les résultats de RICHARD (1972). Dans la sous-couche visqueuse la loi:

$$\Theta^+ = Y^+ Pr \quad (3.10)$$

est vérifiée jusqu'à $y^+ \simeq 4$, en accord avec TACCOEN (1968) et RICHARD (1972).

Sur la figure 3.4, on a aussi représenté les distributions adimensionnelles des fluctuations de vitesse, K^+ , dans les écoulements isotherme et non-isotherme. On voit que les valeurs K^+ correspondant à l'écoulement non-isotherme sont considérablement plus élevées que les valeurs correspondant à l'écoulement isotherme, et que le maximum de K^+ est déplacé vers les valeurs plus élevées de Y^+ .

Les paramètres globaux de l'écoulement non-isotherme calculés d'après les distributions des vitesses et des températures sont donnés dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2

U_o	T_p	θ_o	U_*	$\dot{q}_p$	θ_*	δ^+	H	$10^{-4} Re$	$10^3 St$
m/s	°C	°C	m/s	W/m ²	°C	mm	—	—	—
10,6	84,3	49,6	0,52	2016	3,97	1,44	1,4	4,23	3,75

CHAPITRE IV

DISTRIBUTIONS DE PROBABILITE DES VITESSES ET DES TEMPERATURES

4.1. GENERALITES

On a déjà signalé que les distributions de probabilités complètes n'ont fait l'objet, même dans le seul cas d'écoulements isothermes, que de quelques études concernant la turbulence pariétale. Cependant, dans l'une des premières études expérimentales par fil chaud, SIMMONS & SALTER (1934) ont donné les distributions de probabilité des vitesses en aval des grilles, KLEBANOFF (1955) a étudié les distributions de probabilité dont deux seulement se rapportent aux couches pariétales, MARCILLAT (1964) a donné les distributions de probabilité pour 14 distances adimensionnelles à la paroi ($Y^+ = 1,5$ à 1150) dans une couche limite. Récemment, ECKELMANN (1970) a obtenu les distributions de probabilité pour différentes distances à la paroi dans un écoulement d'huile dans un canal. Tous ces résultats ont été obtenus en employant la technique analogue et dans les écoulements isothermes.

L'emploi de la technique digitale donne la possibilité de détermination plus facile et plus précise, des distributions de probabilité. Les résultats préliminaires sur les distributions de probabilité des vitesses et des températures au voisinage des parois, que nous avons obtenues en utilisant un petit calculateur digital (ZARIC, 1968 b, 1970), ont confirmé l'intérêt de développer davantage ces moyens d'analyse statistique. Ces deux dernières années plusieurs chercheurs ont déterminé les distributions de probabilité des vitesses dans les couches pariétales par la méthode digitale: les distributions de probabilité des composantes u_1 et u_2 pour $Y^+ = 8$ et $Y^+ = 32$ par GUPTA & KAPLAN (1972); les distributions de probabilité des composantes u_1 et u_2 pour plusieurs distances de paroi ($Y^+ = 3,4$ à 195) par BRODKEY, WALLACE & ECKELMANN (1973) (voir aussi KREPLIN, 1973); les distributions de probabilité de u_1 pour $Y^+ = 9$ à 700 , dans une couche limite par FRENKIEL & KLEBANOFF (1973).

Comme on l'a déjà indiqué dans le paragraphe 2.6 on dispose de signaux électriques d'une durée totale de 15 s constitués par une succession de $N = 120.000$ valeurs digitales instantanées, séparées par un intervalle de temps $\tau_e = 0,125$ ms. Les amplitudes ont des valeurs entre 1 et 1000 avec une résolution des amplitudes de $\Delta E = 2,5/A$ mV, où A est la valeur d'amplification (1 à 3,5).

On calcule d'abord les fréquences des tensions électriques:

$$P_i(E_i < E < E_i + \Delta E) = N_i/N \quad (4.1)$$

où N_i est le nombre de valeurs digitales dans l'intervalle des tensions entre E_i et $E_i + \Delta E$. Si, comme dans le cas des températures, la relation entre la quantité physique et le signal électrique est linéaire,

$$\Delta T = C_T \Delta E \quad (4.2)$$

on obtient directement la densité de probabilité:

$$p(T) = N_i/N r_e \quad (4.3)$$

Dans le cas des vitesses, la relation n'est pas linéaire et on calcule d'abord les valeurs des vitesses u_i correspondants aux valeurs E_i d'après l'équation (3.1). On a donc:

$$P_i(u_i < u < u_i + \Delta u_i) = N_i/N \quad (4.4)$$

La résolution des amplitudes des vitesses Δu_i n'est pas constante à cause de la non-linéarité. On calcule une résolution moyenne, Δu , d'après:

$$\Delta u = (u_{\max} - u_{\min})/1024 \quad (4.5)$$

où $u_{\max}$ et $u_{\min}$ sont les valeurs des vitesses qui correspondent aux tensions électriques $E_{\max}$ et $E_{\min}$. On calcule ensuite une succession de 1024 amplitudes de vitesse équidistances d'après:

$$u_{ei} = u_{\min} + (i - 1) \Delta u \quad (i = 1 \dots 1024) \quad (4.6)$$

La densité de probabilité d'une vitesse entre u_{ei} et $u_{ei} + \Delta u$ est calculée d'après:

$$p(u) = N_{ei}/N \Delta u \quad (4.7)$$

où les valeurs N_{ei} sont obtenues à partir des valeurs de N_i par interpolation linéaire.

L'effet de la non-linéarité du signal sur la détermination des distributions de probabilité, est illustré sur la figure 4.1 qui donne la distribution de probabilité du signal électrique, $(N_i/N \Delta E)$, et de vitesse, $p(u)$, pour la distance adimensionnelle de paroi $\gamma^+ = 4,9$. On voit que la distribution de probabilité des vitesses s'écarte davantage de la distribution gaussienne que la distribution de probabilité des tensions électriques. Le même effet est signalé par MARCILLAT (1964) et par FRENKIEL & KLEBANOFF (1973) qui ont remarqué que les valeurs négatives des fluctuations sont exagérées et les valeurs positives sont réduites dans un signal non-corrigé.

A partir des distributions de probabilité, on calcule la valeur moyenne:

$$U_1 = \sum_i u_{ei} p(u) \Delta u \quad (4.8)$$

On a une expression analogue pour les valeurs moyennes de température. Les moments statistiques centraux d'ordre m ($m = 2$ à 6) sont calculés ensuite d'après:

$$\overline{(u - U_1)^m} = \sum_i (u_{ei} - U_1)^m p(u) \Delta u \quad (4.9)$$

A l'aide de ces moments la variance:

$$K^2 = \overline{(u - U_1)^2} \quad (4.10)$$

est obtenue ainsi que les coefficients adimensionaux correspondants, comme le coefficient de dissymétrie:

$$S = \overline{(u - U_1)^3} / K^3 \quad (4.11)$$

le coefficient d'aplatissement:

$$F = \overline{(u - U_1)^4} / K^4 \quad (4.12)$$

le coefficient de super-dissymétrie:

$$SS = \overline{(u - U_1)^5} / K^5 \quad (4.13)$$

et le coefficient de super-aplatissement:

$$FF = \overline{(u - U_1)^6} / K^6 \quad (4.14)$$

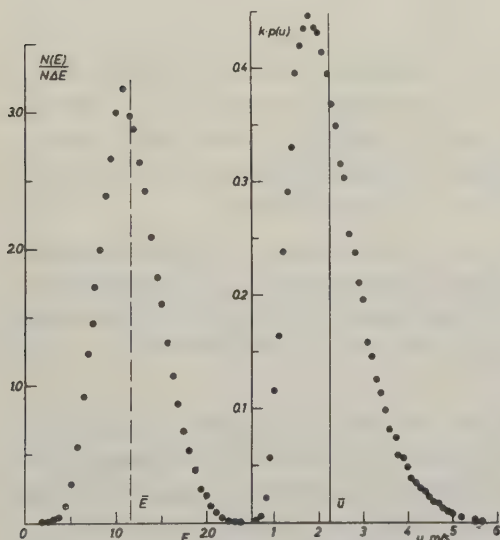


Fig. 4.1 - Distributions de probabilité du signal (à gauche) et des vitesses (à droite).

utilisant la distribution de probabilité. Tous ces calculs sont programmés pour le calculateur digital.

On peut calculer l'erreur ϵ avec laquelle est déterminée la valeur moyenne G d'une fonction fluctuante g , pour une durée de signal τ_t donnée (LUMLEY & PANOFSKY, 1964; TENNEKES & LUMLEY, 1972):

$$\epsilon^2 = \frac{2(\overline{g} - G)^2 L_\tau}{G^2 \tau_t} \quad (4.15)$$

où L_τ est l'échelle intégrale. Par exemple, l'erreur avec laquelle est déterminée le moment statistique de quatrième ordre est donnée par:

$$\epsilon^2 = \frac{2(\overline{g^4} - \overline{g}^4) L_\tau}{\overline{g^4}^2 \tau_t} \quad (4.16)$$

Pour une fonction gaussienne, on trouve que ϵ^2 est $16/3$ fois plus grande pour le quatrième moment que pour le second.

Pour calculer l'erreur, ϵ , de détermination du moment statistique d'ordre m il faut donc connaître la valeur moyenne du moment statistique d'ordre m^2 aussi bien que la valeur correspondante de l'échelle, L_r . Concernant l'échelle intégrale on peut supposer que les échelles des moments statistiques ne diffèrent pas beaucoup de l'échelle de vitesse (LUMLEY & PANOFSKY, 1964), laquelle peut être calculée approximativement d'après les spectres (TENNEKES & WYNGAARD, 1972), comme on l'a fait dans le paragraphe 6.2.

4.2. ECOULEMENT ISOTHERME

Les distributions de probabilité complètes des vitesses en écoulement isotherme ont été déterminées pour vingt distances à la paroi, de $Y^+ = 1,6$ à $Y^+ = 211$. La plupart de ces distributions concernent l'intérieur de la sous-couche visqueuse et la couche intermédiaire. La résolution, Δu , s'étend de 1 mm/s, tout près de paroi, à 10 mm/s dans la région centrale.

Très près de la paroi il faut appliquer les corrections dues à la présence de la paroi (paragraphe 2.4). Le coefficient empirique $B = 0,5$ appliqué par WILLS (1962) en écoulement turbulent nous semble très artificiel. Les distributions de probabilité ont donc été déterminées sans et avec l'introduction du coefficient B .

Les distributions de probabilité des vitesses normalisées à l'aide de la valeur quadratique moyenne K , à l'intérieur de la sous-couche visqueuse, ($Y^+ = 1,6$ à $Y^+ = 4,88$), compte tenu des corrections laminaires ($B = 1$ dans l'équation 2.9) sont représentées sur la figure 4.2. Les courbes sont tracées à

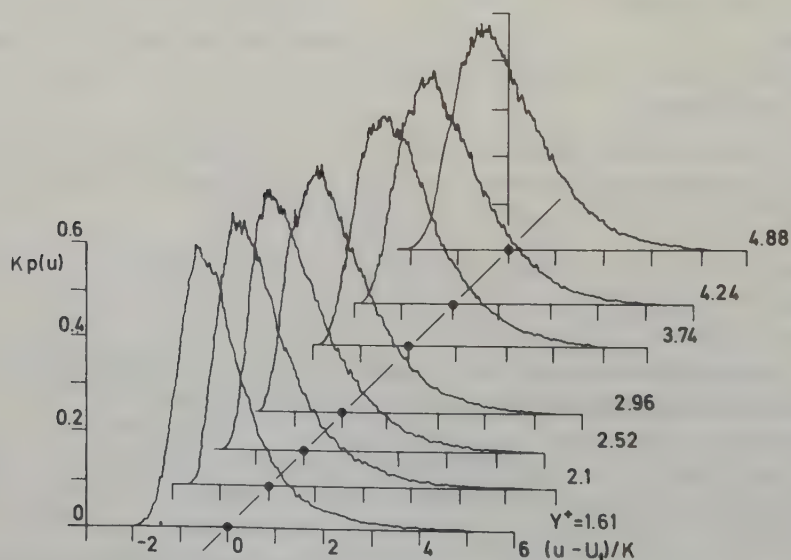


Fig. 4.2 - Distributions de densité de probabilité des vitesses dans la sous-couche visqueuse (corrections laminaires, $B = 1$).

l'aide du calculateur digital. Les distributions correspondantes en appliquant les corrections turbulentes de WILLS ($B = 0,5$), sont reproduites sur la figure 4.3. On voit que l'allure générale des distributions n'est pas influencée par

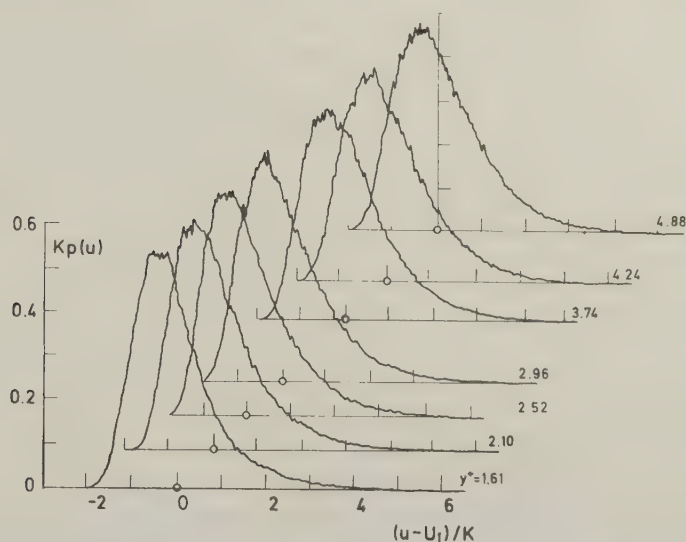


Fig. 4.3 - Distributions de densité de probabilité des vitesses dans la sous-couche visqueuse (corrections d'après WILLS, 1962; $B=0,5$).

la valeur du coefficient B . Les distributions sont très dissymétriques vers les valeurs élevées des vitesses. Il faut noter que, à cause de cette dissymétrie, existe un écart appréciable entre la valeur moyenne et la valeur la plus probable de vitesse. Les répartitions des valeurs quadratiques moyennes, K , rapportées aux vitesses moyennes locales U_1 , calculées d'après les distributions de probabilité sans ($B = 1$) et avec ($B = 0,5$) l'introduction du coefficient empirique B sont reproduites sur la figure 4.4.

Les répartitions des coefficients de dissymétrie (S) et d'aplatissement (F) correspondantes sont reproduites sur la figure 4.5. A cause de la dissymétrie prononcée des distributions, S et F ont des valeurs extrêmement élevées tout près de la paroi.

Des figures 4.4 et 4.5 résulte que les valeurs absolues des moments statistiques et des coefficients adimensionnels sont considérablement plus élevées tout près de la paroi si on prend $B = 1$. Le coefficient B a été introduit de manière quelque peu artificielle; c'est ce qui nous a conduit de prendre $B = 1$ dans la suite de l'analyse.

Il est intéressant de remarquer que la non-linéarité du signal, et le fait que les distributions de probabilité ne sont pas gaussiennes font qu'une erreur se produit même dans le calcul des valeurs moyennes de vitesse en utilisant le signal non-linéarisé et la méthode analogue. Les différences entre les valeurs obtenues

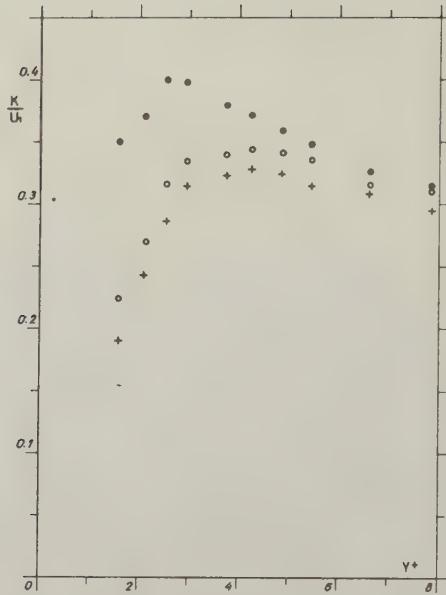


Fig. 4.4 - Intensités des fluctuations de vitesse dans la sous-couche visqueuse. •, Corrections laminares ($B = 1$); o, corrections d'après WILLS (1962) ($B = 0,5$); +, mesures analogues.

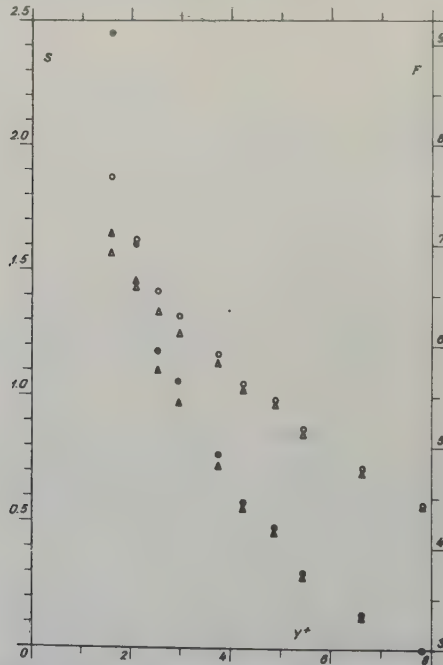


Fig. 4.5 - Coefficients de dissymétrie, S , et d'aplatissement, F , dans la sous-couche visqueuse. o, S ($B = 1$); Δ , S ($B = 0,5$); •, F ($B = 1$); Δ , F ($B = 0,5$).

par la méthode digitale (U_{1D}) et par la méthode analogue (U_{1A}) sont portées sur la figure 4.6 en fonction de la distance de paroi. L'erreur relative s'élève à 4% tout près de la paroi; n'étant plus que de l'ordre de 0,5% loin de paroi. L'erreur correspondante dans le cas des intensités de turbulence (fig. 4.4) s'élève jusqu'à 16%. Compte tenu qu'il est extrêmement difficile, sinon impossible, d'effectuer une linéarisation analogue très près de la paroi, on arrive à la conclusion que les méthodes digitales sont indispensables pour les mesures correctes dans les couches pariétales.

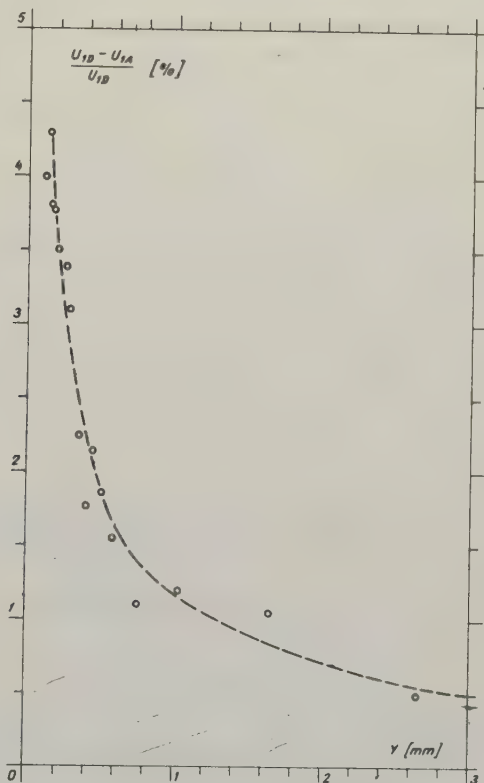


Fig. 4.6 - Erreur de détermination des vitesses moyennes due à la non-linéarité du signal.

En comparant les résultats sur les intensités de turbulence tout près de la paroi (fig. 4.4) avec ceux de ECKELMANN (1970), (voir aussi KREPLIN, 1973) obtenues pour des nombres de Reynolds plus bas (5600 à 8200), on trouve que les valeurs données par ECKELMANN (1970) au-dessous $Y^+ = 6$ se trouvent entre nos valeurs pour $B = 1$ et $B = 0,5$; en bon accord avec les nôtres plus loin de la paroi. Il faut noter que nos résultats indiquent aussi une valeur limite de l'intensité à la paroi et que pour $B = 1$ cette valeur ($K/U_1 = 0,25$) est en bon accord avec les résultats de ECKELMANN (1970).

Les distributions de probabilité des vitesses à différentes distances de la paroi dans la couche intermédiaire ($Y^+ = 5,46$ à $15,73$) sont reproduites sur la figure 4.7. Les distributions deviennent de moins en moins dissymétriques au fur et à mesure que l'on s'éloigne de paroi; elles deviennent presque symétriques, mais non gaussiennes, au voisinage de $Y^+ = 15$. Dans cette région, les formes

des distributions de probabilité sont très curieuses et ne ressemblent à aucune distribution théorique; cela peut se voir pour la distribution à $Y^+ = 12,1$ représentée sur la figure 4.8. Les distributions de probabilité plus loin de la paroi

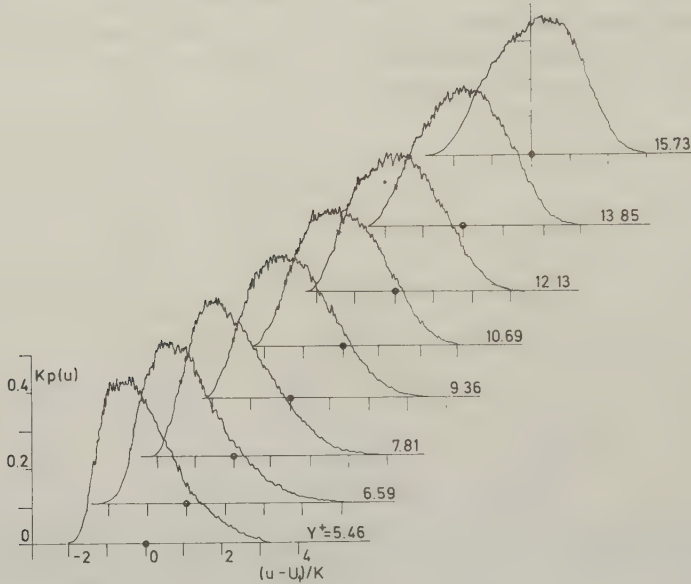


Fig. 4.7 - Distributions de densité de probabilité des vitesses dans la couche intermédiaire.

sont données sur la figure 4.9; elles sont de nouveau dissymétriques, mais dans le sens opposé.

Les moments statistiques d'ordre deux à quatre, calculés d'après les distributions données sur les figures 4.2, 4.7 et 4.9 et rapportées à la vitesse sur l'axe U_0 , sont reproduits sur la figure 4.10 en fonction de Y^+ . On voit que les moments d'ordre pair ont leur maximum au voisinage de $Y^+ = 15$, l'abscisse pour laquelle le moment d'ordre trois est égal à zéro. Les répartitions de l'intensité de turbulence, K/U_1 , et les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement, $\hat{S}$ et F , sont reproduits sur la figure 4.11. Le calcul des moments statistiques d'ordre cinq et six,

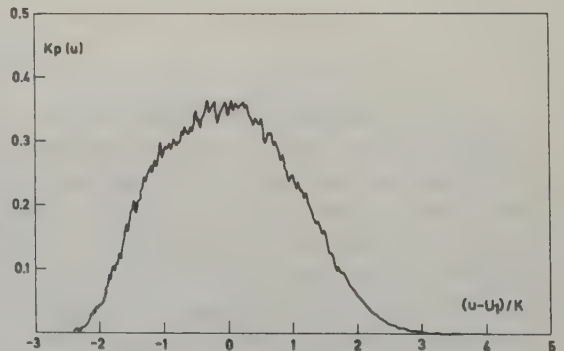


Fig. 4.8 - Distribution de densité de probabilité des vitesses pour $Y^+ = 12.1$.

a permis de tracer les courbes de répartition des coefficients de super-dissymétrie et de super-aplatissement, SS et SF (figure 4.12). On voit encore sur ces

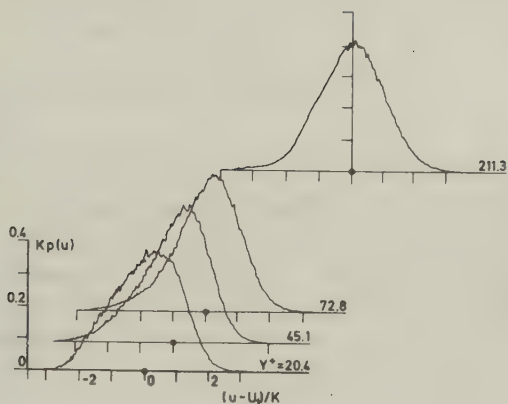


Fig. 4.9 - Distributions de densité de probabilité des vitesses loin de la paroi.

courbes que le moment d'ordre impair est nul au voisinage de $Y^+ = 15$, alors que le moment adimensionnel d'ordre pair est, pour cette abscisse, minimal.

Sur la figure 4.13, sont données, en fonction de Y^+ , la distribution des vitesses moyennes, aussi bien que la distribution des vitesses les plus probables calculées d'après les distributions de probabilité. Les vitesses sont rapportées à la vitesse de frottement U_* . On voit que l'écart entre les deux vitesses est appréciable, sauf au voisinage de $Y^+ = 15$ et vers l'axe de la conduite. Cet écart pose un problème

assez intéressant: dans tous les calculs des écoulements turbulents, on opère avec les vitesses moyennes; on peut se demander pourquoi la vitesse moyenne

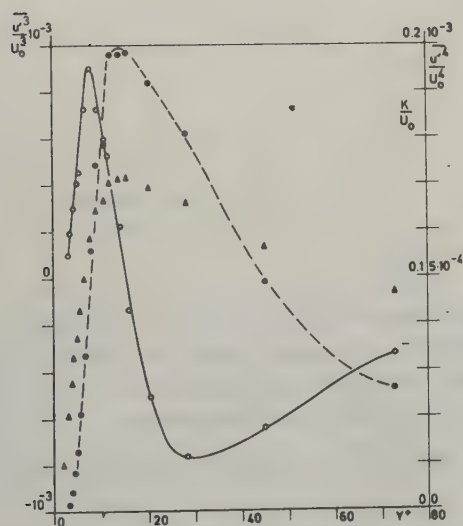


Fig. 4.10 - Moments statistiques d'ordre deux (Δ , K/U_0) trois ($\circ$, U^3/U_0^3) et quatre ($\bullet$, U^4/U_0^4) dans la zone pariétale.

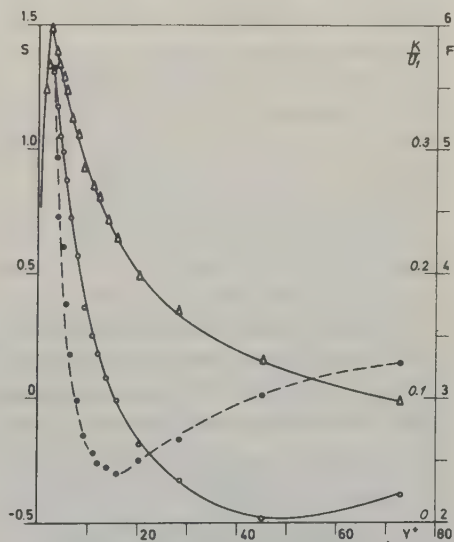


Fig. 4.11 - Intensités des fluctuations de vitesse (Δ , K/U_1) et coefficients de dissymétrie ($\circ$, S) et d'aplatissement ($\bullet$, F)

est plus caractéristique de l'écoulement que la vitesse la plus probable. Sur la même figure ont été tracées les distributions des vitesses minimales et maximales. La dispersion des points pour les vitesses maximales devient très grande

juste à l'extérieur de la sous-couche visqueuse et cela à cause d'une statistique insuffisante. On a donc également tracé la distribution des fluctuations positives ayant une densité de probabilité de $5 \cdot 10^{-4}$; la dispersion des points est alors beaucoup plus petite. Il est intéressant de noter que, dans la couche intermédiaire cette dernière distribution a la même allure que la distribution des vitesses minimales, les deux distributions ayant une pente relativement faible autour $Y^+ = 15$.

L'allure générale des distributions de probabilité représentées en fonction de la distance de paroi est la même que celles des distributions de probabilité données par MARCILLAT (1964), ECKELMANN (1970), GUPTA & KAPLAN (1972), BRODKEY, WALLACE & ECKELMANN (1973) et FRENKIEL & KLEBANOFF (1973). De même, les répartitions des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement, en fonction de Y^+ sont en accord qualitatif avec les résultats donnés par COMTE-BELLOT (1963), MARCILLAT (1964) et KREPLIN (1973).

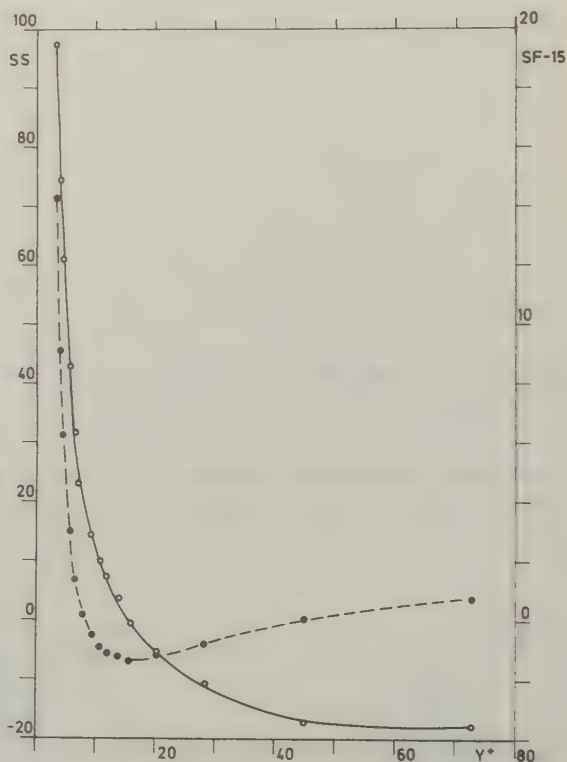


Fig. 4.12 - Coefficients de super-dissymétrie (O, SS) et de super-aplatissement (●, FF) dans la zone pariétale.

On peut donc constater que le comportement des distributions de probabilité des vitesses dans les couches pariétales est assez général, au moins pour les nombres de Reynolds relativement peu élevés pour lesquels les mesures ont été faites. Cet aspect est marqué par les caractéristiques suivantes:

- les distributions de probabilité sont loin d'être gaussiennes dans toute la couche pariétale;
- les distributions dans la sous-couche visqueuse conduisent à des coefficients d'aplatissement très élevés et à une dissymétrie très prononcée vers les vitesses élevées (fig. 4.2 et 4.3);
- les distributions de probabilité dans la couche intermédiaire sont marquées par une forme assez irrégulière, très aplatie (fig. 4.7 et 4.8). Au voisinage de $Y^+ = 15$, tous les moments statistiques d'ordre impair s'approchent de zéro et tous les moments d'ordre pair sont au voisinage de leur maximum. C'est la

région où la production de l'énergie de turbulence est la plus grande. Les coefficients d'aplatissement et de super-aplatissement γ sont minimaux lorsqu'ils sont rapportés à la variance K , qui est maximale dans cette zone;

les distributions de probabilité dans la zone logarithmique présentent une dissymétrie prononcée mais, cette fois, la dissymétrie est dans le sens opposé à la précédente (fig. 4.9).

4.3. ANALYSE STATISTIQUE DES SIGNAUX PROVENANT D'UN FIL CHAUD

Avant d'aborder l'analyse des distributions de probabilité présentées dans le paragraphe précédent, il faut d'abord remarquer qu'un fil chaud ne mesure pas directement la vitesse, mais le flux de chaleur dissipée par le fil qui dépend de la vitesse. Un fil est sensible à l'intensité du vecteur de la vitesse instantanée:

$$u = \sqrt{(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (4.17)$$

et il n'est pas sensible à la direction de ce vecteur. En effet, puisque le transfert de chaleur est beaucoup plus faible pour une composante de vitesse parallèle au fil que pour les composantes normales au fil on peut dire qu'un fil est sensible à l'intensité de la projection du vecteur-vitesse sur le plan normal au fil (fig. 4.14):

$$u_N = \sqrt{(u_1^2 + u_2^2)} \quad (4.18)$$

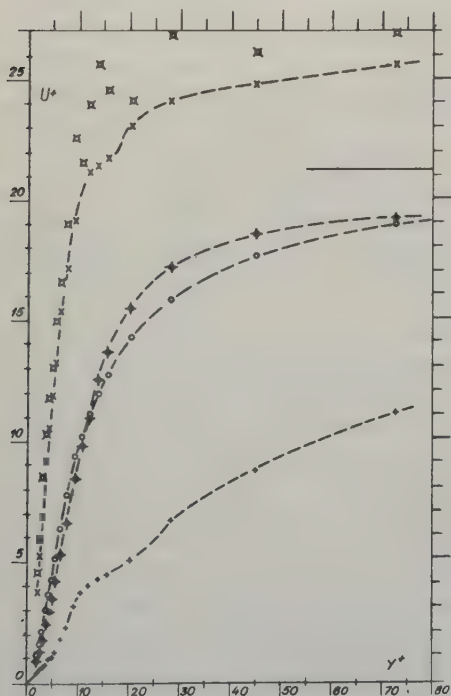


Fig. 4.13 - Vitesses moyennes ($\circ$), les plus probables ($\bullet$), minimales ($+$) et maximales ($\times$) dans la zone pariétale. X fluctuations de vitesse avec la densité de probabilité de 0,0005.

Ainsi, la distribution de probabilité de l'intensité du vecteur-vitesse ne peut pas être gaussienne, même si les distributions de probabilité des composantes sont gaussiennes (LEVIN, 1969). On s'aperçoit de ce fait dans le cas de la turbulence atmosphérique, où les intensités de turbulence peuvent être très élevées. FRENKIEL (1951) a donné une méthode convenable pour la turbulence non-homogène mais seulement si le coefficient de corrélation entre les composantes de vitesse est très faible ($r_{12} = 0$).

Nous avons développé une méthode théorique utilisable dans le cas général, c'est-à-dire dans le cas d'une turbulence non-homogène pour laquelle $r_{12} \neq 0$ (ZARIĆ, 1969 a, 1969 b); à condition toutefois que les composantes aient des distributions gaussiennes:

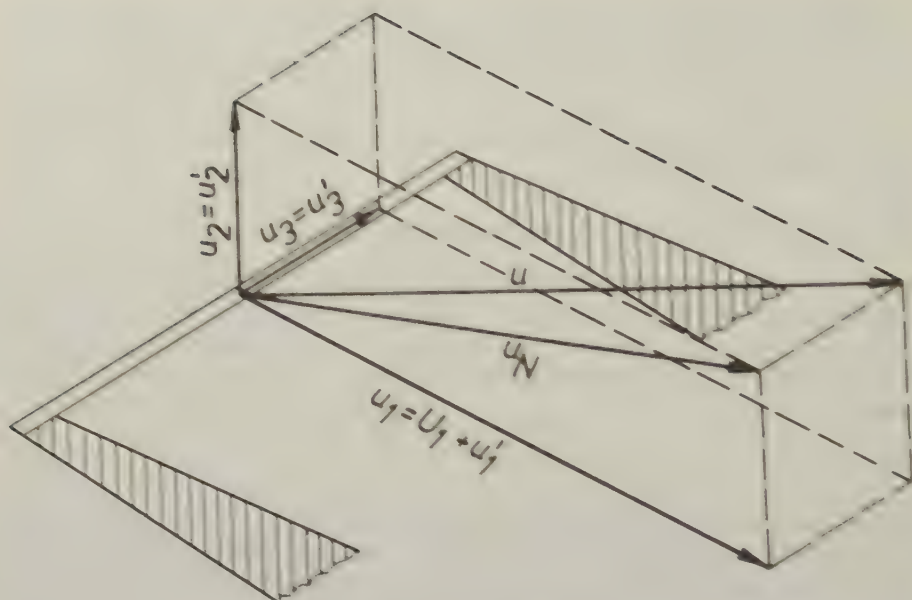


Fig. 4.14 - Vecteur-vitesse instantané

$$p(\rho) = (\rho \epsilon / \pi) \exp \{ -\epsilon^2 [\rho^2 + \mu^2 (1 - \eta \cos 2\alpha)] \} \\ \times \int_0^{2\pi} \exp \{ \epsilon^2 [\rho^2 \eta \cos 2\phi + 2\rho\mu \{ (1 - \eta) \cos \phi \cos \alpha \\ - (1 + \eta) \sin \phi \sin \alpha \}] \} d\phi \quad (4.19)$$

avec :

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\rho = U_N / \sigma$$

$$\mu = U_1 / \sigma$$

$$\Omega = \sigma_1 / \sigma_2$$

$$\epsilon = \sigma^2 / 2\sigma_1\sigma_2 \sqrt{1 - r^2}$$

$$\eta = [1 - (1/\epsilon)^2]^{1/2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg |2r\Omega / (\Omega^2 - 1)|$$

La distribution théorique (équation 4.19) dépend de trois paramètres μ , Ω et r . L'intégration de l'expression (4.19) a été faite numériquement à l'aide du calculateur CDC-3600 et pour différentes combinaisons des paramètres μ , Ω

et r . Les résultats sont donnés dans l'Annexe. Les figures 4.15 et 4.16 donnent les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement pour quelques combinaisons des paramètres. On voit que les distributions ne se rapprochent d'une distribution gaussienne que pour des intensités de turbulence K^*U_1 , des rapports $\Omega = \sigma_1/\sigma_2$ et des coefficients de corrélation r faibles. En outre, les coefficients

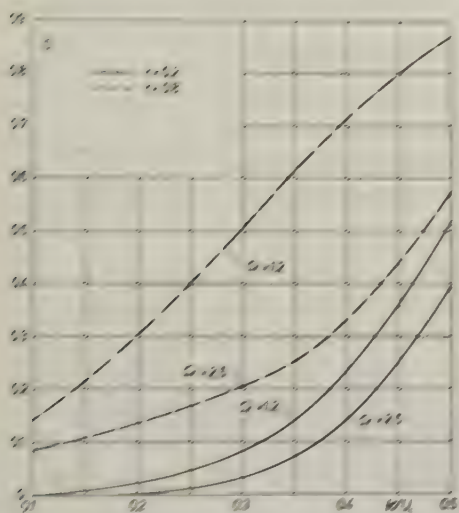


Fig. 4.15 - Coefficient de dissymétrie théorique d'après l'équation (4.19), pour différentes valeurs des paramètres r et Ω .

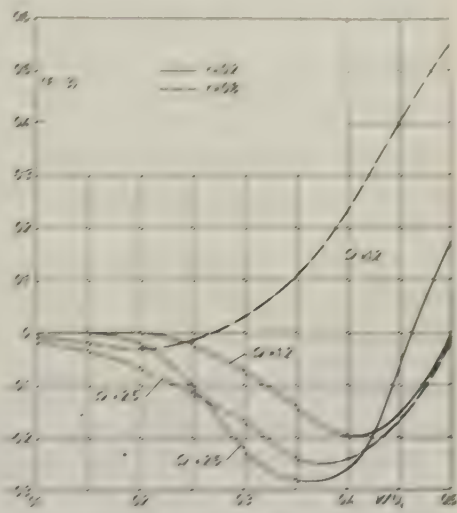


Fig. 4.16 - Coefficient d'aplatissement théorique d'après l'équation (4.19) pour différents paramètres r et Ω .

de dissymétrie correspondants aux distributions (4.19), qui peuvent s'élever jusqu'à $S = 1,3$ pour les intensités élevées, $\Omega = 1$ et $r = 1$, ne peuvent pas être négatives. Les valeurs du coefficient d'aplatissement sont comprises entre $F = 4,6$ ($\mu = 1$, $\Omega = 1$, $r = 1$) et $F = 2,7$ ($\mu = 2$, $\Omega = 6$, $r = 0,1$).

Nous avons aussi établi une expression pour le cas tridimensionnel (ZARIC, 1972b), elle dépend de six paramètres: μ , σ_1/σ_2 , σ_2/σ_3 , r_{12} , r_{13} et r_{23} . En supposant que l'efficacité du transfert thermique le long du fil est comprise entre 0,1 et 0,2 on a examiné l'influence de la composante de vitesse u_2 sur les résultats de l'analyse et on l'a trouvée négligeable (ZARIC, 1972b).

En comparant les distributions de probabilité obtenues expérimentalement (fig. 4.2, 4.3, 4.7 et 4.9) avec les distributions théoriques (4.19), on a vu qu'à l'intérieur de la sous-couche, mais pas tout près de paroi ($Y^+ = 3$ à 8), on peut trouver les distributions mesurées correspondant aux distributions théoriques (ZARIC, 1970). Cependant, pour les distances adimensionnelles plus grandes que $Y^+ = 15$, les coefficients de dissymétrie deviennent négatifs. On peut donc constater que l'hypothèse de base conduisant à l'expression (4.19) n'est pas valable, c'est-à-dire que les distributions de probabilité des composantes de vitesse u_1 et u_2 ne sont pas gaussiennes.

4.4. ECOULEMENT NON-ISOTHERME

En écoulement non-isotherme on a mesuré par le même fil les distributions de probabilité des vitesses et des différences de température, et cela pour six distances de la paroi. Il faut souligner que les mesures des vitesses et des températures ne sont pas faites simultanément. Alors il n'est pas possible d'appliquer les corrections de température d'écoulement aux valeurs instantanées de vitesse. On n'a pu donc effectuer que la correction à la température moyenne locale, pour toutes les valeurs instantanées de vitesse. Dans le cas de fluctuations de température appréciables, cela conduit évidemment à des erreurs sur la détermination des distributions de probabilité des vitesses. En outre, les mesures des températures ne sont influencées par la vitesse que d'une façon négligeable et les distributions de probabilité des températures sont plus correctes.

Les distributions de densité de probabilité des vitesses, $p(u)$, et des différences de température, $p(\psi)$, à l'intérieur de la sous-couche visqueuse sont reproduites sur la figure 4.17, et les distributions correspondantes plus loin de paroi sur la figure 4.18. Le plus remarquable est que les allures des distributions de vitesse et de température sont très semblables, surtout loin de la paroi. On peut noter cependant que les probabilités $p(\psi)$ sont plus élevées que les probabilités $p(u)$ des deux cotés des probabilités maximales

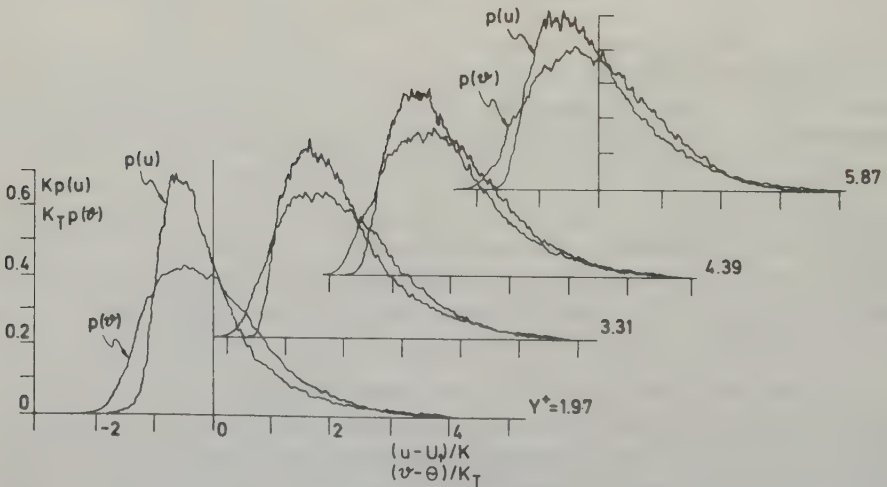


Fig. 4.17 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations de vitesse, $p(u)$, et des différences de température, $p(\psi)$, dans la sous-couche visqueuse.

mais qu'au voisinage des maximums les probabilités $p(u)$ sont plus grandes que les probabilités $p(\psi)$. Puisque $\psi = T_p - T$, faible correspond à une température élevée si on a pu appliquer les corrections de températures correspon-

dantes aux valeurs instantanées de vitesse et si on suppose que les valeurs élevées des vitesses sont associées aux valeurs faibles des températures, les deux distributions peuvent être encore plus semblables. En conséquence les fluctuations de vitesse, et donc K , sont réduites.

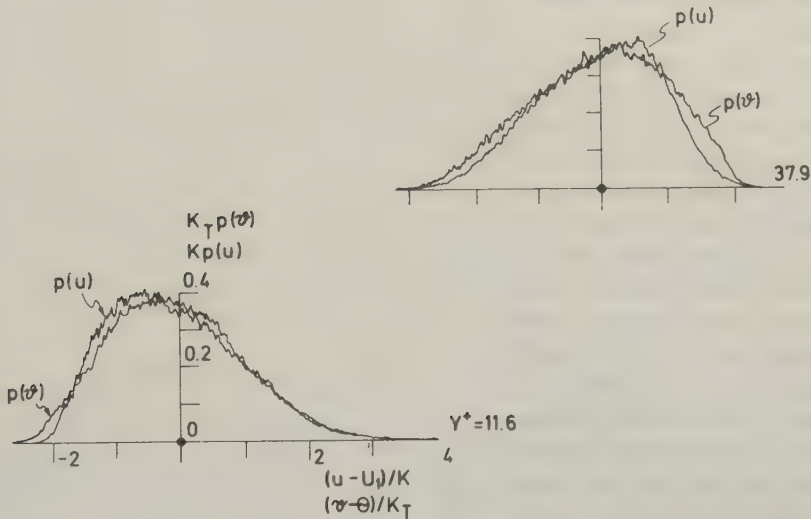


Fig. 4.18 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations des vitesses, $p(u)$, et des différences de température, $p(\vartheta)$, dans la couche intermédiaire.

Les corrections approximatives de l'effet de température sur les vitesses instantanées ont été donc faites par le procédé suivant. On suppose que T_{max} dans la distribution de probabilité des températures correspond à E_{min} , valeur minimale de tension électrique de fil chaud correspondant à u_{min} , et que T_{min} correspond à u_{max} . Alors, on calcule les corrections à appliquer aux valeurs instantannées de tension électrique à l'aide des équations (2.1) et (2.4). Les

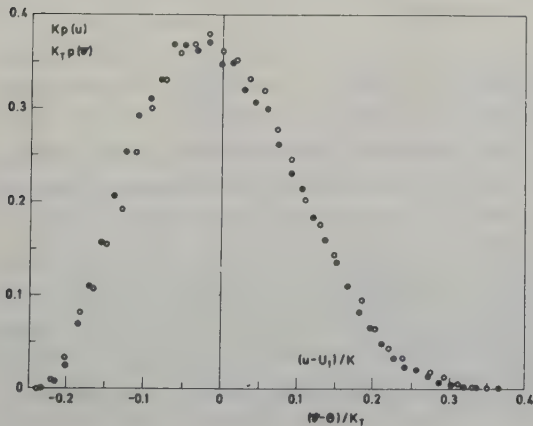


Fig. 4. 19 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations des vitesses, $p(u)$, et des différences de température $p(\vartheta)$, pour $Y^+ = 11,6$, avec les corrections dues à l'effet des fluctuations de température. $\bullet$, $p(u)$; $\circ$, $p(\vartheta)$.

résultats, pour $Y^+ = 11,6$ sont représentés sur la figure 4.19. On voit que les deux distributions de probabilité sont plus proches l'une à l'autre que sans corrections (figure 4.18).

Les intensités de fluctuations de vitesse (K) et de température (K_t) rapportées aux vitesses moyennes et aux différences de température moyennes locales ($\theta = T_p - T$), respectivement, calculées d'après les distributions de probabilité correspondantes sont données sur la figure 4.20 en fonction de Y^+ . Dans le cas des vitesses on a les valeurs de K sans et avec les corrections d'effet de température. On a aussi tracé sur la même figure la courbe correspondant à l'écoulement isotherme. On constate que les intensités de fluctuations en écoulement non-isotherme sont considérablement plus élevées qu'en écoulement isotherme, si on n'applique pas les corrections d'effet de température, tandis que l'écart est beaucoup moindre avec les corrections.

Les intensités des fluctuations des vitesses (sans corrections), et des températures, rapportées respectivement à la vitesse de frottement, U_* , et à la température de frottement θ_* , sont reproduites sur la figure 4.21 en fonction de Y^+ . La distribution des intensités de température est comparée aux résultats de TANIMOTO & HANRATTY (1966) et BLOM (1970). On voit que l'accord n'est pas très bon, nos résultats donnant des valeurs de K_t^+ plus basses. D'autre part, le maximum de K_t se trouve à peu près dans la même région que le maximum de TANIMOTO & HANRATTY (1963); également la valeur maximale 0,096, de $K_t / (T_p - T_M)$, que nous avons obtenue est en bon accord avec la valeur 0,1, donnée par TANIMOTO & HANRATTY (1963). Sur la même figure, on a tracé les résultats des mesures des fluctuations de température de SHLANCHIAUSKAS, SRIZHIUS & ZHUKAUSKAS (1971) et cela pour illustrer l'importance de ses fluctuations dans la sous-couche aux nombres de Prandtl élevés. Il semble donc qu'en ce qui con-

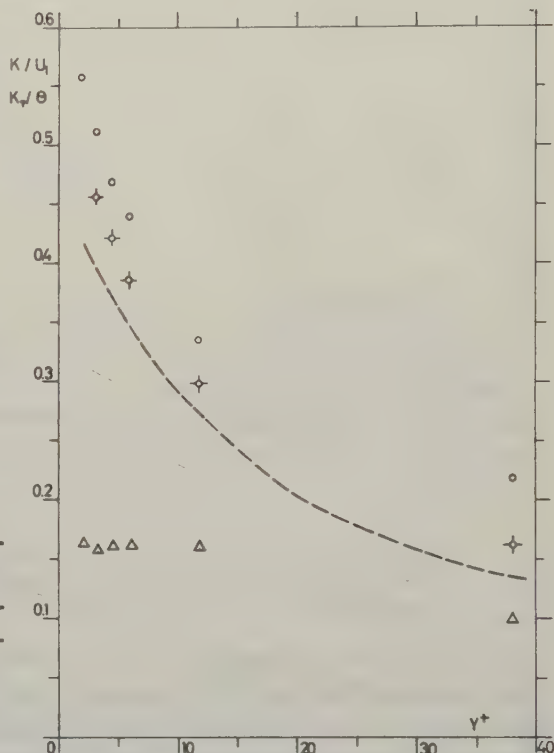


Fig. 4.20 - Intensités des fluctuations des vitesses et des températures en écoulement non-isotherme. O, K/U_1 sans corrections; +, K/U_1 , avec corrections; Δ , K_t/θ ; ---, K/U_1 , en écoulement isotherme.

cerne les fluctuations de température la présentation des résultats sous la forme $K_t^+ = f(Y^+)$ n'est pas satisfaisante.

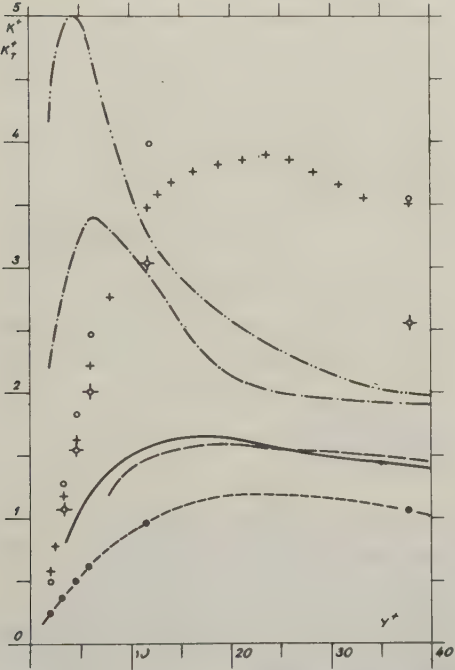


Fig. 4.21 - Intensités des fluctuations des vitesses et des températures en écoulement non-isotherme. O, K_t^+ , sans corrections, $\diamond$, K_r^+ , avec corrections, +, K_t^+ , mesures analogues; ●, K_t^+ , —, K_t^+ (TANIMOTO & HANRATTY, 1963); ---, K_t^+ (BLOM, 1970); -.-.-, K_t^+ , $Pr = 5,6$; -.-.-.-, K_t^+ , $Pr = 6,85$ (SHLACHIAUSKAS et al., 1971).

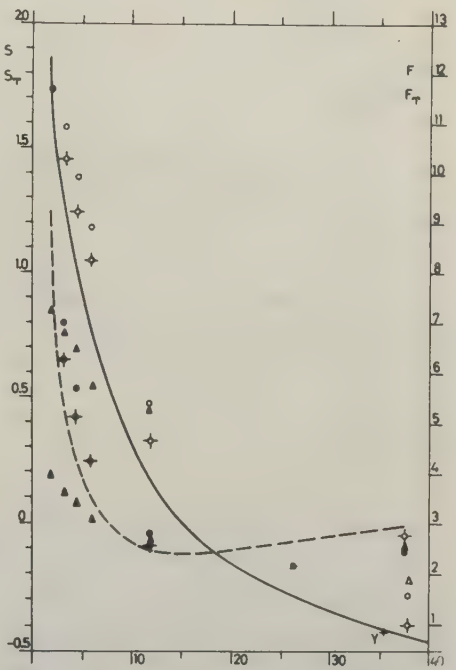


Fig. 4.22 - Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement en écoulement non-isotherme. O, S , sans corrections; $\diamond$, S , avec corrections; Δ , S_t ; $\square$, F , sans corrections; ●, F , avec corrections; $\triangle$, F_t , —, S ; ---, F , écoulement isotherme.

Les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des vitesses (S et F) et des températures (S_t et F_t) calculés d'après les distributions de probabilité, sans et avec les corrections, sont reproduites sur la figure 4.22, en fonction de Y^+ . Sur la même figure, on a tracé les courbes correspondant aux distributions de S et F en écoulement isotherme. On voit que les allures générales de ces distributions sont semblables, mais que les coefficients en écoulement non-isotherme sont beaucoup plus élevés qu'en écoulement isotherme, si l'on n'applique pas les corrections d'effet de température.

Sur la figure 4.23 sont données les valeurs minimales, moyennes et maximales correspondant aux distributions de probabilité des différences de température, rapportées à $\theta_o = T_p - T_o$. On voit que pour $Y^+ = 37,9$ la valeur maximale de θ s'approche de θ_o ce qui veut dire que les masses de fluide ayant la température T_o se trouvent parfois au voisinage de $Y^+ = 37,9$.

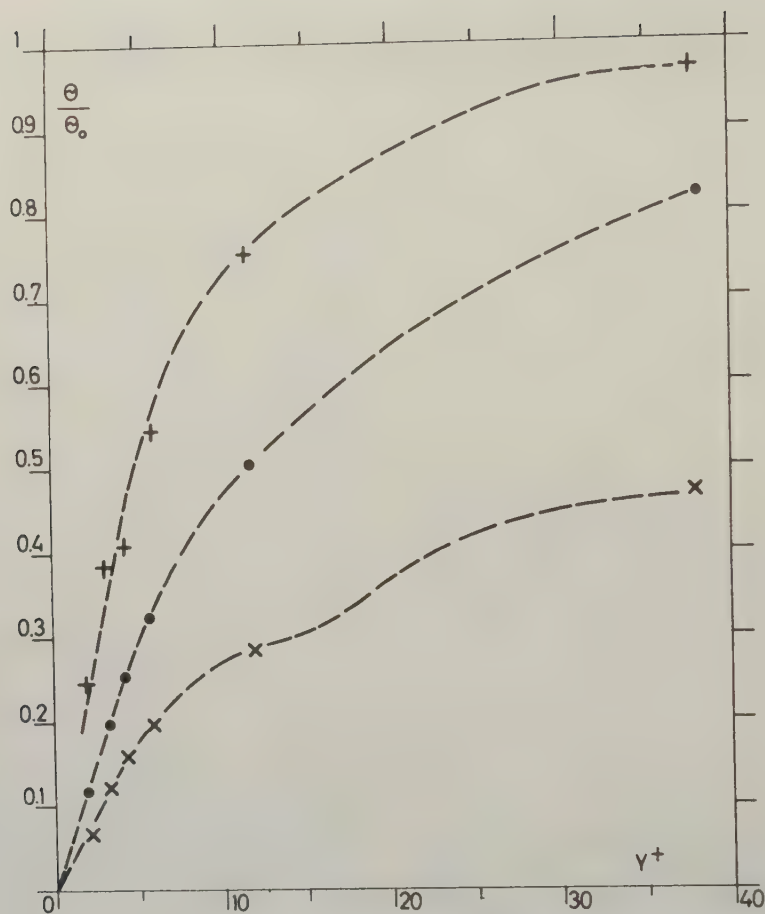


Fig. 4.23 - Différences des températures moyennes (•), minimales (x) et maximales (+), dans la zone pariétale.

CHAPITRE V

DISTRIBUTIONS DE PROBABILITE DES DERIVEES

5.1. GENERALITES

Entre 1950 et 1960, plusieurs chercheurs ont mesuré les dérivées des vitesses par rapport au temps, le plus souvent dans le cas d'une turbulence isotrope, afin de vérifier la validité de l'hypothèse de TAYLOR (1938):

$$s_1 = \frac{\partial u_1}{\partial \tau} = - U_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial X} \right) \quad (5.1)$$

Par exemple, MILLIAT (1956) a trouvé que, dans un écoulement de conduite, l'hypothèse est vérifiée sauf au voisinage de la paroi.

Comme on l'a déjà indiqué dans le paragraphe 1.5, l'intérêt des mesures des dérivées des vitesses par rapport au temps s'est manifesté de nouveau ces dernières années, à propos de la non-homogénéité de la turbulence à petite échelle, c'est-à-dire de l'intermittence dans l'écoulement dissipatif, WINGAARD & TENNEKES (1970); SHEIH, TENNEKES & LUMLEY (1971); FRENKIEL & KLEBANOFF (1971) et KUO & CORRSIN (1971) ont déterminé les distributions de probabilité des premières et des secondes dérivées des vitesses par rapport au temps, s_1 et s_2 , ainsi que les moments statistiques correspondants. Ils ont trouvé que les distributions ne sont pas gaussiennes et qu'elles sont caractérisées par les coefficients d'aplatissement très élevés par suite de l'intermittence des signaux des dérivées. Il faut noter que les distributions de probabilité des vitesses ont été très proches des distributions gaussiennes dans les conditions de mesures de ces chercheurs.

Il est donc bien vérifié que les signaux des dérivées des vitesses sont plus sensibles à une intermittence de nature quelconque que les signaux des vitesses. Pour cette raison, dans les études sur l'intermittence à grande échelle, que l'on trouve près des frontières libres, on a utilisé les dérivées par rapport au temps et par rapport à l'espace comme indicateurs d'intermittence.

Nous avons aussi employé les dérivées des vitesses comme critères d'intermittence dans les couches pariétales (Chapitre VII). A cet effet nous avons déterminé les caractéristiques statistiques des trois premières dérivées des vitesses par rapport au temps, s_1 , s_2 et s_3 ; les résultats figurent dans ce chapitre.

Il est assez facile d'obtenir les dérivées successives des vitesses par

rapport au temps quand on dispose des signaux, enregistrés sur bande magnétique dans la forme de valeurs digitales séparées par un intervalle de temps constant, $\tau_e = 0,125$ ms, assez court. On écrit tout simplement:

$$s_{1j} = du_j/d\tau = (u_i - u_{i-1})/\tau_e \quad (5.2)$$

$$s_{2k} = d^2 u_k/d\tau^2 = (s_{1j} - s_{1j-1})/\tau_e = (u_i - 2u_{i-1} + u_{i-2})/\tau_e^2 \quad (5.3)$$

$$s_{3l} = d^3 u_l/d\tau^3 = (s_{2k} - s_{2k-1})/\tau_e = (u_i - 3u_{i-1} + 3u_{i-2} - u_{i-3})/\tau_e^3 \quad (5.4)$$

avec $i = 1$ à 120.000. Les distributions de probabilité $p(s_1)$, $p(s_2)$ et $p(s_3)$, sont obtenues d'une façon analogue à celle qui est expliquée au paragraphe 4.1.

5.2. ECOULEMENT ISOTHERME

Les distributions de probabilité des dérivées des vitesses $p(s_1)$, normalisées par rapport aux valeurs quadratiques moyennes correspondantes, K' sont données sur la figure 5.1 pour différentes distances à la paroi, $y^+ = 2,96$ à $72,8$.

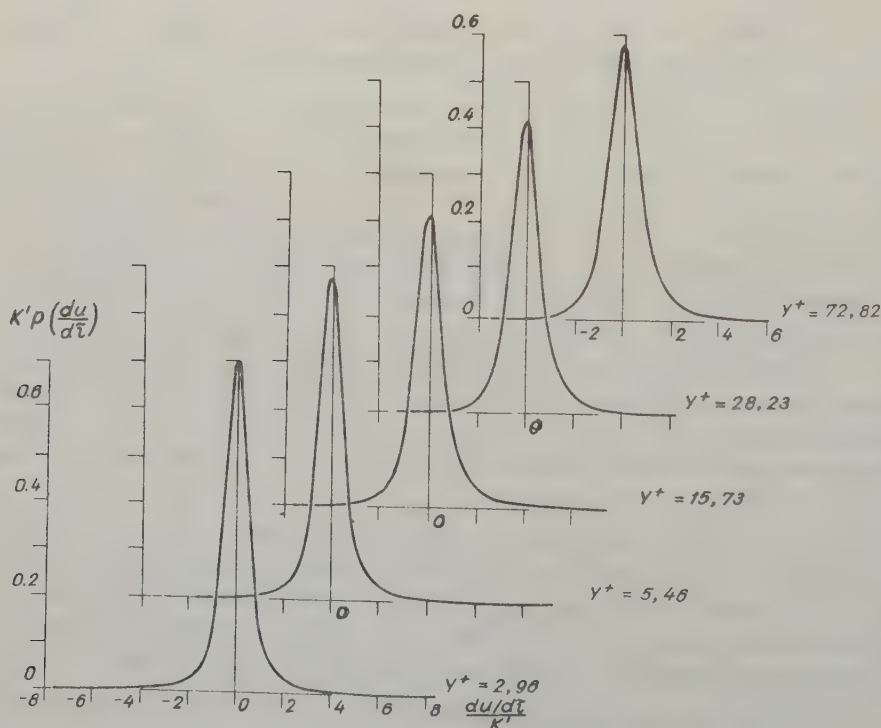


Fig. 5.1 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations des dérivées des vitesses, $du/d\tau$, à différentes distances de la paroi.

En accord avec les autres chercheurs, on voit que ces distributions ne sont pas gaussiennes et qu'elles sont caractérisées par des facteurs d'aplatissement très

élevées, de sorte que les fluctuations très petites et très grandes ont des probabilités plus élevées que dans le cas d'une distribution gaussienne. Il est intéressant de noter que les distributions à différentes distances de la paroi varient beaucoup moins que dans le cas des distributions de probabilité des vitesses (fig. 4.2, 4.7 et 4.9). Les distributions de probabilité des dérivées secondes des vitesses par rapport au temps $p(s_2)$ sont semblables aux distributions $p(s_1)$. Les distributions de probabilité des dérivées troisièmes des vitesses, $p(s_3)$, sont reproduites sur la figure 5.2 pour les mêmes distances à la paroi que sur la figure 5.1. On voit que ces distributions sont, elles aussi, semblables aux distributions $p(s_1)$.

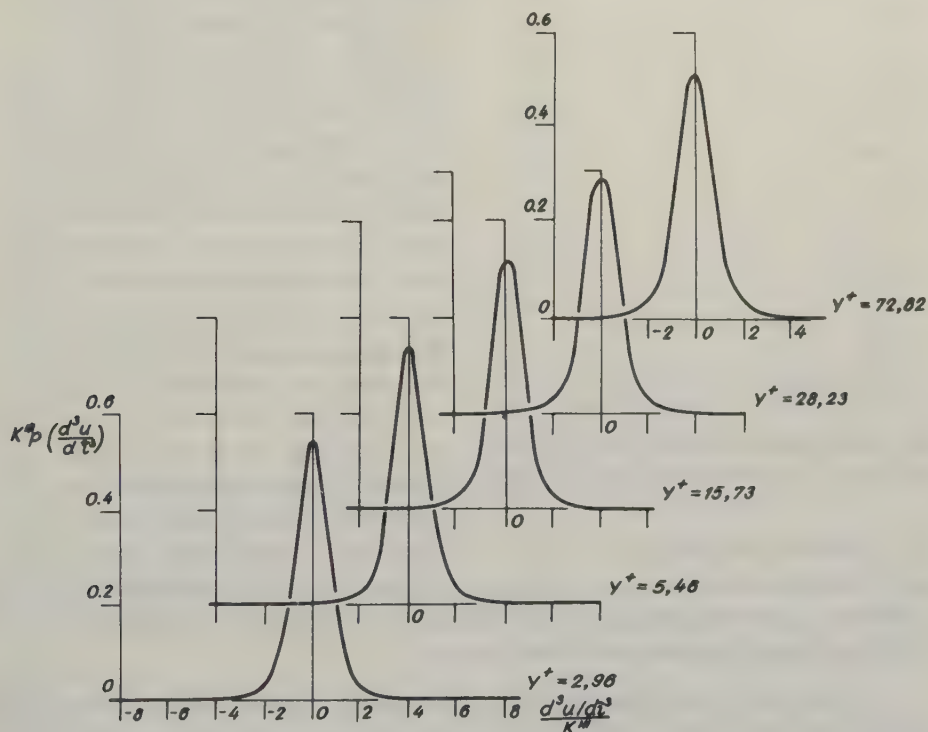


Fig. 5.2 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations de $d^3u/d\tau^3$ à différentes distances de la paroi.

Les valeurs quadratiques moyennes des fluctuations des dérivées, K' , K'' et K''' , calculées d'après les distributions de probabilité correspondantes, sont données sur la figure 5.3 en fonction de y^+ . On a pris arbitrairement comme échelle de temps, l'intervalle entre les valeurs digitales successives, $\tau_e = 0,125$ ms, et, comme échelle de vitesse, la vitesse de frottement, U_* . Comme échelle du temps, on peut prendre aussi ν/U_*^2 et on a utilisé une telle échelle sur la figure 5.3 dans le cas de K' . Les valeurs de K' , K'' et K''' croissent avec la distance à la paroi jusqu'à un maximum qui se trouve d'autant plus loin de la paroi que l'ordre de la dérivée est plus grand.

Les coefficients de dissymétrie des dérivées déterminés d'après les dis-

tributions de probabilité $p(s_1)$, $p(s_2)$ et $p(s_3)$, sont données en fonction de Y^+ sur la figure 5.4. Les valeurs du coefficient de dissymétrie s' des dérivées s_1 sont toujours positives et assez élevées. On trouve un maximum à $Y^+ \simeq 10$.

Les valeurs pour les points éloignés de la paroi, qui se groupent autour de $s' = 0,4$ sont comparables à celles trouvées par les autres chercheurs (SHEIH, TENNEKES & LUMLEY, 1971). Les coefficients de dissymétrie des dérivées secondes (s'') prennent des valeurs négatives assez élevées près de la paroi, deviennent positives à $Y^+ \simeq 20$ et s'élèvent jusqu'à $s'' = 0,2$ loin de la paroi. WYNGAARD & TENNEKES (1970) ont trouvé une valeur $s'' = 0,03$ dans une zone de mélange en faisant remarquer que cela est en accord avec l'isotropie de l'écoulement. Les valeurs de s''' sont toujours négatives, avec un minimum à $Y^+ \simeq 10$.

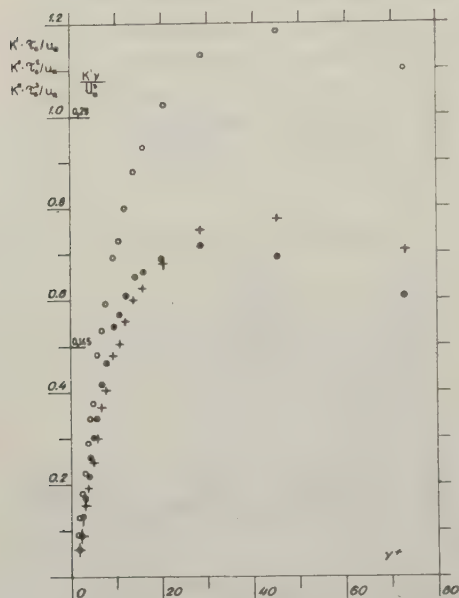


Fig. 5.3 - Intensités des fluctuations des dérivées des vitesses. $\bullet$, K' , $+$, K'' ; $\circ$, K''' .

Les coefficients d'aplatissement des dérivées obtenus à partir des distributions de probabilité $p(s_1)$, $p(s_2)$ et $p(s_3)$ sont donnés en fonction de Y^+ sur la figure 5.5. Il n'y a pas de grandes différences entre les valeurs des coefficients d'aplatissement pour

les différentes dérivées F' , F'' et F''' . Il faut tenir compte du fait que la détermination précise des moments statistiques d'ordre élevé des dérivées exige une statistique bien meilleure que celle réalisée (TENNEKES & WYNGAARD, 1972), d'où une dispersion appréciable des points.

L'hypothèse de TAYLOR (1938) se rapporte à une turbulence homogène et isotrope et, même dans ce cas, n'est qu'une approximation. Cependant, MILLIAT (1965) a trouvé que l'équation 5.2 est justifiée dans le cas d'un écoulement de conduite, sauf au voisinage de la paroi. WYNGAARD & TENNEKES (1970) ont proposé de corriger l'équation 5.1 dans le cas d'un écoulement à gradient de vitesse, de la manière suivante:

$$s_1^2 = U_1^2 \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2} \left[1 + \frac{K_1^2}{U_1^2} + \frac{K_2^2}{U_1^2} + \frac{K_3^2}{U_1^2} \right] \quad (5.5)$$

et aussi:

$$s_1^3 = -U_1^3 \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^3} \left[1 + 3 \frac{K_1^2}{U_1^2} + 2 \frac{K_2^2}{U_1^2} + 2 \frac{K_3^2}{U_1^2} \right] \quad (5.6)$$

Il en résulte que, pour une intensité de turbulence faible, les coefficients de dissymétrie des dérivées par rapport au temps et par rapport à l'espace sont égales à quelques pourcent près. Sur la figure 5.4, on a tracé la courbe correspondant aux résultats des mesures de COMTE-BELLOT (1963) des dérivées des vitesses ($\partial u_1 / \partial x_1$) correspondant à un nombre de Reynolds plus élevé ($Re = 57.000$); on voit que l'accord n'est pas mauvais, nos résultats étant de 10 à 20% plus élevés, sauf au voisinage immédiat de la paroi. Sur la figure 5.5 on a aussi tracé la courbe correspondant aux résultats des mesures de COMTE - BELLOT, (1963) des coefficients d'aplatissement des dérivées ($\partial u_1 / \partial x_1$). On voit que la encore l'accord n'est pas mauvais.

Si on considère valable l'hypothèse de TAYLOR (1938) (équation 5.1), on peut calculer la microéchelle de Taylor d'après:

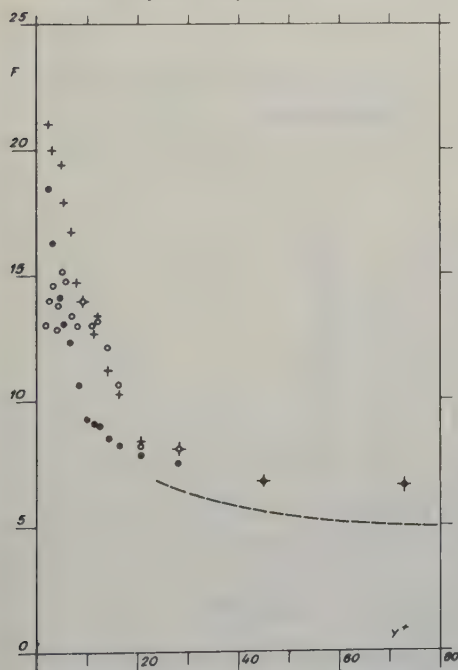


Fig. 5.5 - Coefficients d'aplatissement des dérivées des vitesses. •, F' ; +, F'' ; O, F''' . ---, F' , (COMTE-BELLOT, 1963).

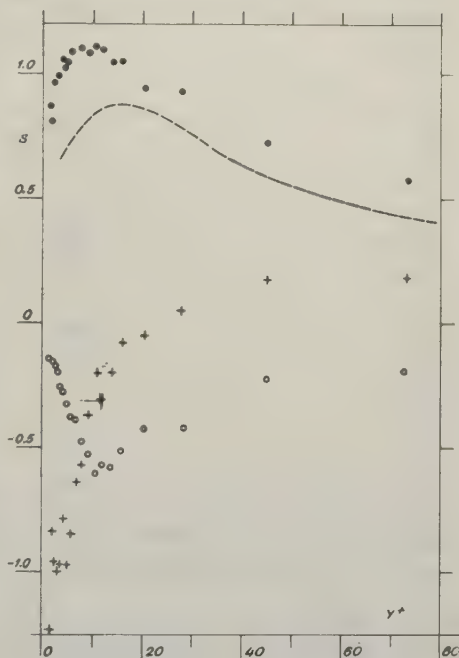


Fig. 5.4 - Coefficients de dissymétrie des dérivées des vitesses. •, $S' + S''$; O, S''' . ---, S'' (COMTE-BELLOT, 1963).

$$\lambda_1^2 = \frac{K_1^2}{(\partial u_1 / \partial x_1)^2} = U_1^2 \frac{K_1^2}{K_1'^2} \quad (5.7)$$

et le nombre de Reynolds correspondant:

$$Re_\lambda = \frac{K_1 \lambda_1}{2} \quad (5.8)$$

Sur la figure 5.6, on a reproduit, en fonction de y^+ , les résultats du calcul de la micro-échelle λ_1 et de nombre de Reynolds correspondant Re_λ . Sur la même figure, on a tracé la courbe correspondant aux résultats de COMTE-BELLOT (1963) sur Re_λ . On voit que, sauf pour les points éloignés de la paroi, l'accord est très mauvais.

Si l'hypothèse d'isotropie est valable

pour tous les termes de dissipation, ce qui n'est évidemment pas le cas dans un écoulement de conduite (LAUFER, 1954), on arrive à l'expression suivante pour le taux de dissipation:

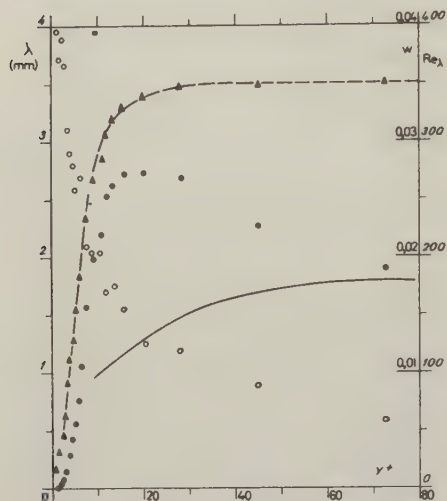


Fig. 5.6 - Microéchelle λ_1 , nombre de Reynolds de turbulence, Re_λ et taux de dissipation, W , dans la zone pariétale. Δ , λ_1 ; $\bullet$, Re_λ ; $\circ$, W .

$$W = 15 \nu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2 = 15 \nu \left(\frac{K'}{U_1} \right)^2 \quad (5.9)$$

où, sous une forme adimensionnelle:

$$w = \frac{\nu W}{U_*^4} = 15 \left(\frac{\nu K'}{U_*^2 U_1} \right)^2 \quad (5.10)$$

Les résultats du calcul à partir de l'équation (5.10) sont reproduits sur la figure 5.6. Les valeurs de w sont d'environ deux fois plus faibles pour $Y^+ = 28,2$ que les valeurs rapportées par KLEBANOFF (1955), en accord avec les remarques de KLEBANOFF (1955) et LAUFER (1954).

5.3. ECOULEMENT NON-ISOTHERME

On a aussi déterminé les distributions de probabilité des dérivées par rapport au temps des fluctuations des différences de température, s_{t1} , s_{t2} et s_{t3} . Sur la figure 5.7, on a donné les distributions de probabilité $p(s_{t1})$ et $p(s_{t3})$,

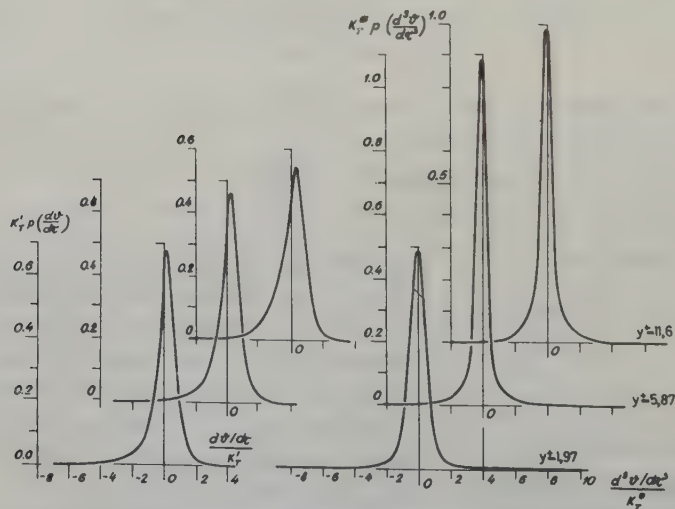


Fig. 5.7 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations des dérivées de température à différentes distances de la paroi.

normalisées en les rapportant aux valeurs quadratiques moyennes correspondantes, K_t' et K_t''' et cela pour trois distances à la paroi. On voit que ces distributions sont encore plus éloignées des distributions gaussiennes que les distributions de probabilité des dérivées de vitesse.

Sur la figure 5,8, sont portées, en fonction de Y^+ les valeurs quadratiques moyennes, K_t' , K_t'' et K_t''' , calculées d'après les distributions de probabilité $p(s_{t1})$, $p(s_{t2})$ et $p(s_{t3})$ en prenant comme échelle de temps $\tau_{et} = 0,25$ ms et comme échelle de température θ_* . On voit que les valeurs quadratiques moyennes des dérivées de température par rapport au temps sont distribuées, en fonction de Y^+ , d'une façon analogue aux valeurs correspondantes des dérivées des vitesses.

Si l'on suppose que:

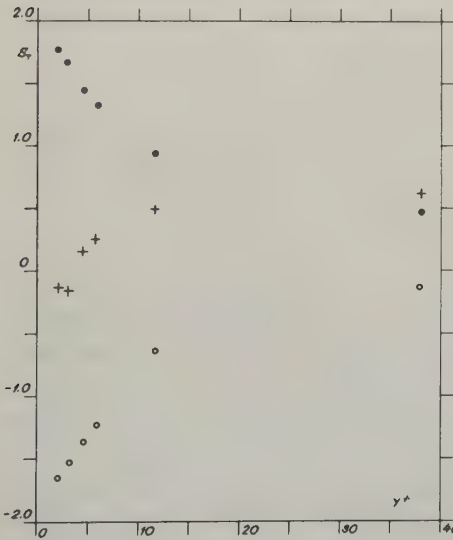


Fig. 5.9-Coefficients de dissymétrie des dérivées de température. •, S_t' ; +, S_t'' ; O, S_t''' .

$$\lambda_t = C \lambda_1 \sqrt{(2/Pr)} \tag{5.13}$$

où C est d'ordre d'unité. Les rapports (λ_t/λ) , calculés d'après les figures 5.3 et 5.8, donnent une valeur de $C = 1,35$.

Les coefficients de dissymétrie des dérivées des différences de température par rapport au temps, S_t' , S_t'' et S_t''' , obtenus d'après les distributions de pro-

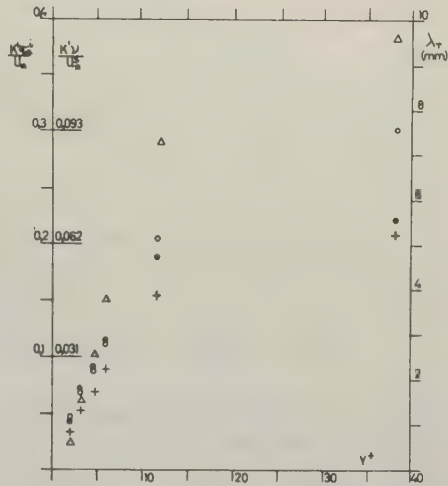


Fig. 5.8- Intensités des fluctuations des dérivées de température et microéchelle de température. •, K_t' ; +, K_t'' ; O, K_t''' ; Δ , λ_t .

$$K_t'^2 = S_{t1}^2 = U_1^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \tag{5.11}$$

on peut calculer la microéchelle de température:

$$\lambda_t = U_1 \frac{K_t}{K_t'} \tag{5.12}$$

Les résultats de ce calcul sont aussi reproduits sur la figure 5.8. On voit que les microéchelles de température sont plus élevées que les microéchelles de vitesse λ_1 . Dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope, CORRSIN (1952) donne:

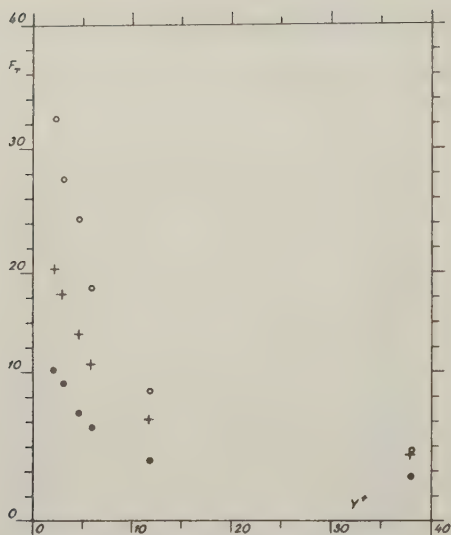


Fig. 5.10 - Coefficients d'aplatissement des dérivées de température. ●, F_t' ; +, F_t'' ; ○, F_t''' .

tabilité $p(s_{t1})$, $p(s_{t2})$ et $p(s_{t3})$ sont portés en fonction de Y^+ sur la figure 5.9. On voit que les distributions de ces coefficients sont semblables aux distributions des coefficients des vitesses correspondants (fig. 5.4), sauf au voisinage de la paroi. Les coefficients d'aplatissement des dérivées des différences de température, F_t' , F_t'' et F_t''' sont donnés en fonction de Y^+ sur la figure 5.10. Les distributions de ces coefficients sont eux aussi semblables aux distributions des coefficients des dérivées de vitesse correspondants.

CHAPITRE VI

ANALYSE HARMONIQUE

6.1. GENERALITES

TAYLOR (1938) a montré que les valeurs quadratiques moyennes, $K^2 = \overline{u'^2}$, des fluctuations de vitesse peuvent être considérées comme la somme des contributions d'une infinité de fluctuations élémentaires de fréquences f différentes. On définit ainsi une densité d'énergie spectrale $G(f)$ par la relation:

$$K^2 = \int_0^{\infty} G(f) df \quad (6.1)$$

ou encore, une densité spectrale, ou plus simplement spectre, $g(f)$, par:

$$\int_0^{\infty} g(f) df = 1 \quad (6.2)$$

Le coefficient de corrélation dans le temps, ou coefficient d'autocorrélation, $r(r_s)$, est défini par:

$$r(r_s) = \frac{\overline{u'(t) u'(t + r_s)}}{K^2} \quad (6.3)$$

On peut alors démontrer que $r(r_s)$ et $g(f)$ représentent une paire de transformées de Fourier (DUMAS, 1964):

$$r(r_s) = \int_0^{\infty} e^{j\omega r_s} g(f) df \quad (6.4)$$

$$g(f) = 4 \int_0^{\infty} e^{-j\omega r_s} r(r_s) dr_s \quad (6.5)$$

où $\omega = 2\pi f$ et $j = (-1)^{1/2}$.

On définit aussi une macroéchelle par rapport au temps:

$$L_r = \int_0^{\infty} r(r_s) dr_s \quad (6.6)$$

Les équations (6.5) et (6.6) conduisent alors quand $\omega \rightarrow 0$, à:

$$L_r = g(0)/4 \quad (6.7)$$

et on peut déterminer la macroéchelle par les spectres.

Une microéchelle par rapport au temps est définie par:

$$\lambda_r^2 = - \frac{2}{(\partial^2 r / \partial r^2)_{r=0}} = \frac{2K^2}{K'^2} \quad (6.8)$$

Les spectres des dérivées d'une fonction $u(r)$ sont en rapport avec le spectre de cette fonction (TENNEKES & LUMLEY, 1972). On a, par exemple, pour le spectre des dérivées des vitesses par rapport au temps, $G'(f)$:

$$G'(f) = \omega^2 G(f) \quad (6.9)$$

On peut aussi définir les coefficients de corrélation entre différentes composantes de vitesse en un point de l'écoulement (X, Y, Z) :

$$r_{ij}(X, Y, Z) = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{K_i K_j} \quad (6.10)$$

ou bien les coefficients de corrélation spatio-temporelles, $r_{ij}(X, Y, Z, \tau_s)$. A l'aide de l'équation (6.5), on peut donc obtenir les spectres dans l'espace. Dans les recherches de turbulence, l'étude des spectres dans l'espace est la plus intéressante. Or, il est possible de déduire quelques informations sur le comportement des spectres spatiaux (CORRSIN, 1959; TENNEKES & LUMLEY, 1972) à partir des spectres unidimensionnels. Les mesures de spectres de la turbulence ont été faites par plusieurs chercheurs par des méthodes analogues en utilisant des filtres de bande (voir par exemple, DUMAS, 1964).

Il est assez difficile de déterminer les coefficients d'autocorrélation, pour les décalages temporels τ_s suffisamment longs par les méthodes analogues. Par contre, en utilisant les méthodes digitales, où on dispose d'une succession de valeurs digitales de la vitesse, $u(\tau_0 + i\tau_e)$, séparées par un intervalle de temps constant τ_e , il est facile de calculer les coefficients d'autocorrélation à partir de l'équation (6.3). Pour une succession de N valeurs digitales il faut donc par ce procédé exécuter N^2 opérations. Les résultats obtenus par cette méthode sont portés sur la figure 6.1; la distribution de coefficients d'autocorrélation γ est donnée pour $Y^+ = 4,88$ et $\tau_{smax} = 1024 \tau_e$, ce qui correspond à une fréquence $f_{min} = 7,81$ Hz. Comme échelle du temps on a pris le temps réel et aussi le temps adimensionnel $\tau^+ = \tau U_*^2 / \nu$. Sur la même figure, on a tracé la courbe correspondant à $N = 120.000$ valeurs digitales de u_1 , ainsi que les points correspondant à 20.000 valeurs digitales seulement, de sorte qu'on peut voir l'influence du temps pendant lequel les moyennes ont été déterminées. Sur la même figure, plus haut, sont reproduits, à une échelle plus fine, les résultats pour r_{11} et on peut observer que l'allure de la distribution devient irrégulière au-delà de $\tau^+ \simeq 100$.

On peut utiliser un autre procédé (voir par exemple KIMBALL, 1969; VAN-ATTA, 1968); la vitesse est représentée par:

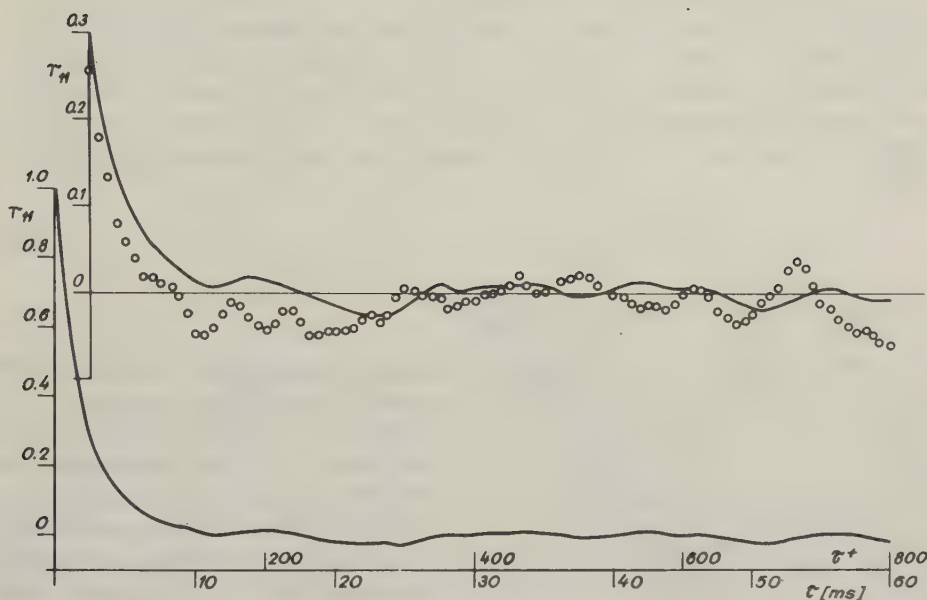


Fig. 6.1 - Fonction d'autocorrélation r_{11} à $\gamma^+ = 4.9$, déterminée par la méthode conventionnelle. O, Durée d'observation plus courte ($\tau_s = 2,5$ s).

$$u(\tau_k) = \sum_{n=1}^{N_1} C_n e^{j\omega_n \tau_k} \quad (n=1 \dots N_1) \quad (6.11)$$

où les coefficients de Fourier, C_n , sont donnés par:

$$C_n = \frac{1}{N_1} \sum_{k=1}^{N_1} u(\tau_k) e^{-j\omega_n \tau_k} \quad (k=1 \dots N_1) \quad (6.12)$$

avec $\tau_k = \tau_o + k \tau_e$ et $\omega_n = 2\pi n / \tau_e N_1$. Alors, $u(\tau_k)$ et C_n constituent une paire de transformées discrètes de Fourier.

En général, les C_n sont complexes. On peut démontrer que, dans ce cas (KIMBALL, 1969),

$$G(f) = \frac{2}{\Delta f} |C_n|^2 \quad (6.13)$$

où $\Delta f = 1/N_1 \tau_e$. On prend $N/N_1 \gg 1$, avec N nombre total des valeurs digitales de u , afin d'obtenir une moyenne statistique. On peut donc déterminer les spectres directement sans calculer d'abord la fonction d'autocorrélation, si nécessaire, l'on obtient comme transformée de Fourier du spectre:

$$R_{11}(\tau_s) = \Delta f N_1 \sum_{n=1}^{N_1} e^{j\omega_n \tau_s} G(\omega_n) \quad (6.14)$$

avec:

$$R_{11}(0) = K^2 \quad (6.15)$$

On appelle "transformée rapide de Fourier" ("Fast Fourier Transform", FFT) un procédé spécial, employé pour la première fois par COOLEY & TURKEY (1965), qui permet un calcul des transformées plus rapide car le nombre des opérations à exécuter est $N \log_2 N$ au lieu de N^2 si l'on calcule d'abord les coefficients d'autocorrélation. La fréquence maximale des spectres, ou la fréquence de Nyquist, f_n , est liée à la fréquence d'échantillonnage par (HENRY, 1972):

$$f_n = \frac{1}{2\tau_e}; \quad (6.16)$$

dans notre cas, $f_n = 4.000 \text{ Hz}$.

Sur la figure 6.2 se trouvent les spectres, G_{11} , obtenus par la méthode FFT

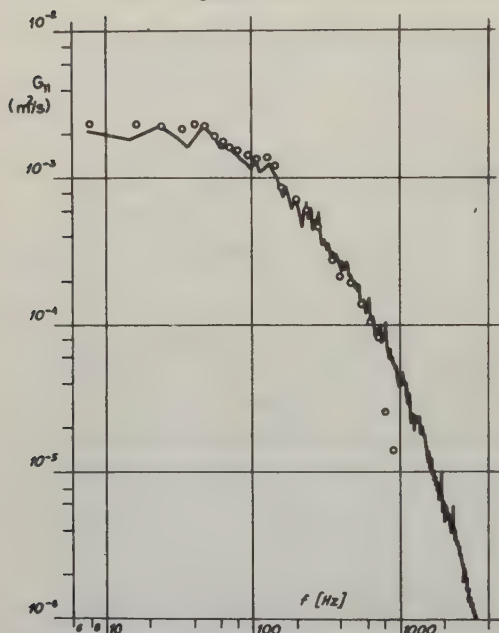


Fig. 6.2 - Spectres G_{11} , à $Y^+ = 4.9$ déterminés par la méthode FFT et par la méthode classique (O).

et tracés par le calculateur pour $Y^+ = 4,88$ et $\Delta f = 7,81 \text{ Hz}$. Sur la même figure sont les points représentant les résultats du calcul des spectres d'après les coefficients d'autocorrélation de la figure 6.1 et obtenus à l'aide de l'équation (6.5). On voit que l'accord est assez bon pour les fréquences peu élevées mais qu'il devient de plus en plus mauvais quand la fréquence augmente. Ainsi, la méthode FFT est non seulement beaucoup plus rapide mais aussi plus précise.

La figure 6.3 donne les résultats obtenus par la méthode FFT, toujours pour $Y^+ = 4,88$, mais avec différentes résolutions en fréquences: $\Delta f = 3,905$; $7,81$ et $15,62 \text{ Hz}$. La résolution Δf est en même temps la valeur minimale de la fréquence. On peut s'apercevoir de l'effet du nombre des assemblées $N/N_1 = N\tau_e \Delta f$ sur l'erreur de détermination des spectres. Pour $\Delta f = 3,905 \text{ Hz}$ on a 58 assemblées seulement. Cet

effet se voit plus clairement avec une échelle linéaire, fig. 6.4.

Dans ce chapitre, on présente les résultats des déterminations, par la méthode FFT, des spectres des vitesses en écoulement isotherme et des spectres des températures en écoulement non-isotherme. A partir des spectres, on a obtenu les fonctions d'autocorrélation comme transformées de Fourier (équation 6.14). On a aussi essayé de déterminer la période moyenne des événements intermittents dans les couches pariétales. On a aussi donné les résultats obtenus sur les spectres des dérivées de vitesse.

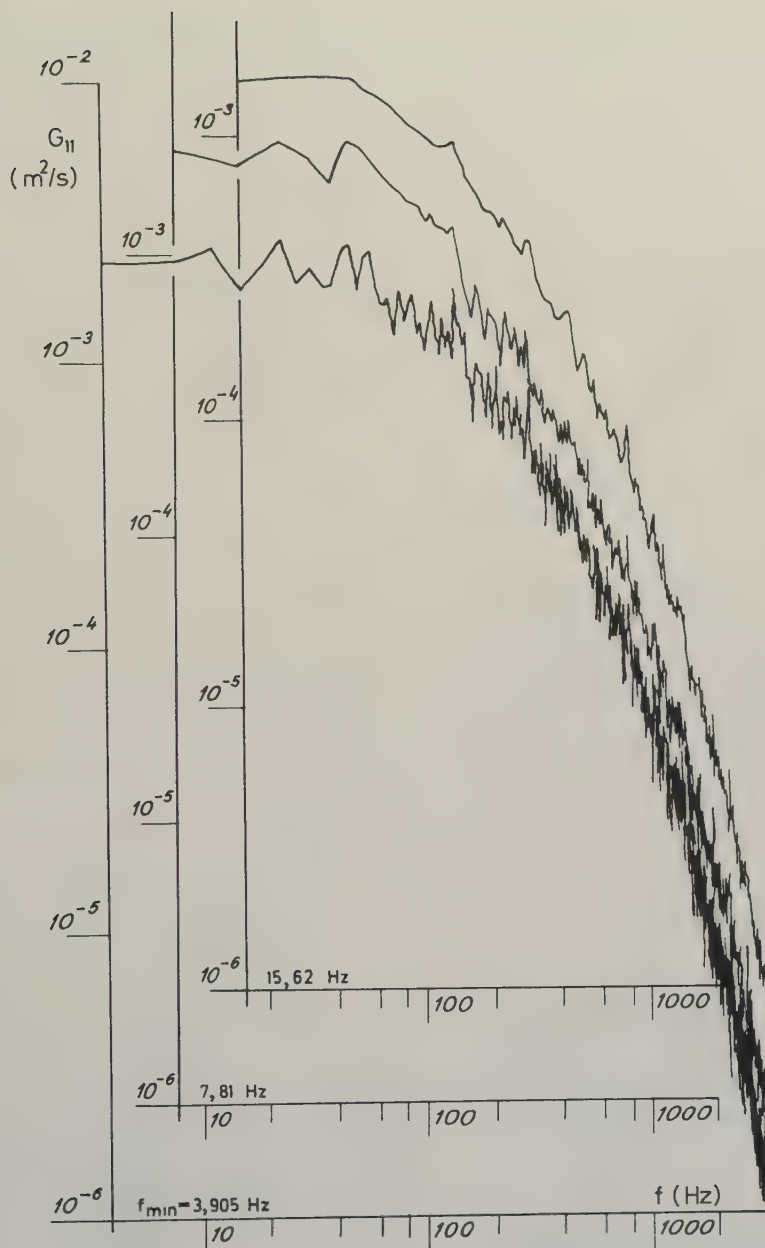


Fig. 6.3 - Spectres G_{11} à $Y^+ = 4.9$ pour différentes valeurs de Δf .

6.2. SPECTRES DE VITESSE

Les spectres unidimensionnels de vitesse en écoulement isotherme sont reproduits pour les distances adimensionnelles $Y^+ = 2,1$ à $15,7$, sur la figure 6,5 et sur la figure 6,6, pour les valeurs $20,4$ et $45,1$ de Y^+ .

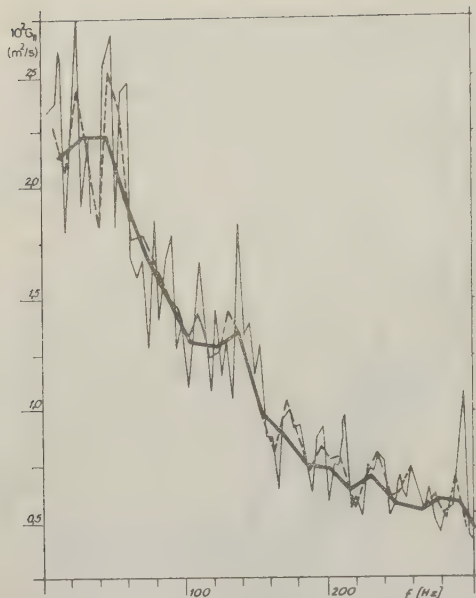


Fig. 6.4 - Spectres G_{11} à $Y^+ = 4.9$ pour différentes valeurs de Δf dans le cas d'une représentation linéaire.

Sur la figure 6.7, sont donnés les spectres intégraux pour trois distances à la paroi. D'après l'équation (6.2), on doit avoir:

$$\sum_0^{f_N} g(f) \Delta f = 1,$$

si la fréquence maximale f_N est bien choisie. D'après la figure 6.8 on voit que la valeur $f_N = 4.000$ Hz est satisfaisante pour les couches pariétales. Pour $Y^+ = 72,8$, il faudrait choisir une fréquence plus élevée.

A partir des valeurs de G_{11} dans la zone des basses fréquences et en utilisant la relation (6.7), on a calculé les macroéchelles par rapport au temps, L_T . Les résultats en fonction de Y^+ sont donnés sur la figure 6.8. On observe un changement très prononcé de l'allure de la distribution de L_T .

Ces résultats sont en accord avec ceux des autres chercheurs comme LAUFER (1954), COMTE-BELLOT (1963) et COANTIC (1967). On peut distinguer sur des portions toutefois peu étendues des domaines de fréquences ayant les pentes $-5/3$ et -1 figurant dans les résultats de LAUFER (1954) et de COANTIC (1966). Sur la figure 6.6, on voit que la zone d'inertie et d'isotropie, où d'après la théorie de KOLMOGOROV (1941) $G_{11} \sim f^{-5/3}$, est plus étendue pour $Y^+ = 45,1$ que pour $Y^+ = 20,4$. Pour les basses fréquences, G_{11} tend vers une valeur constante en accord avec COANTIC (1966). Il n'y a donc rien de remarquable dans les spectres que nous avons tracés; en particulier, il est très difficile de remarquer les pics, indiquant une période moyenne d'événements intermittents, trouvés par BAKEWELL (1966).

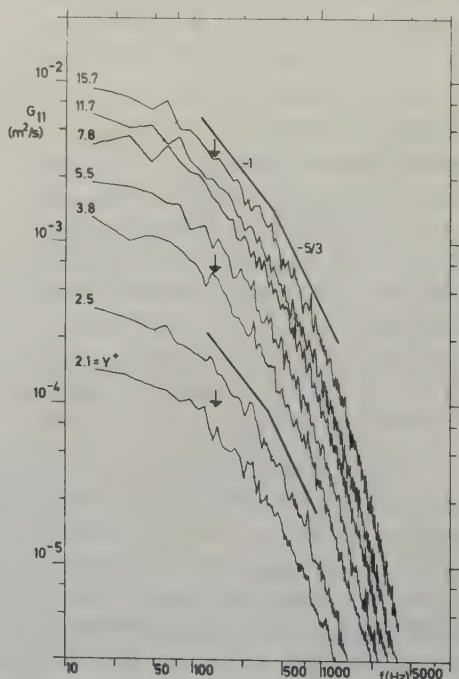


Fig. 6.5 - Spectres G_{11} à différentes distances de la paroi.

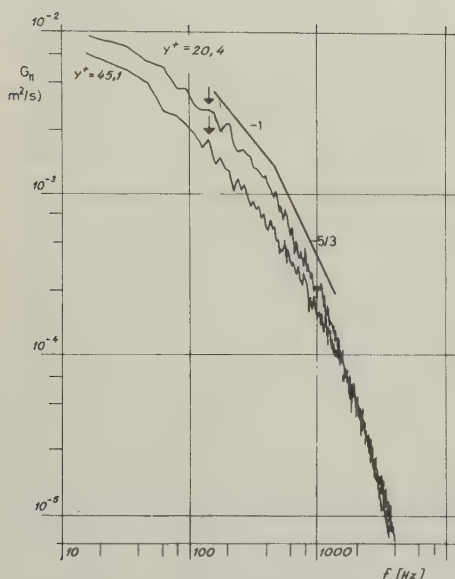


Fig. 6.6 - Spectres G_{11} pour des distances à la paroi plus grandes.

reproduits dans le tableau suivant:

Y^+	$\epsilon(u^{12})$ %	$\epsilon(u^{13})$ %
2,1	3,5	17,0
4,9	2,2	8,0
28,2	2,0	6,5

On voit que l'erreur de détermination des moments d'ordre trois, peut être appréciable pour le temps d'observation de 15 s, quand il s'agit de distributions de probabilité très dissymétriques. L'erreur sur les moments d'ordre quatre sont encore plus élevées.

Suivant BAKEWELL (1966), on a essayé de corréler les spectres dans la sous-couche visqueuse en utilisant les variables suivantes:

$$\Phi = \frac{G_{11}}{\omega Y^2} = f\left(\frac{\omega \nu}{U_*^2}\right) = f\left(\frac{\omega Y}{U_1}\right) \quad (6.17)$$

au bord de la sous-couche visqueuse. En utilisant la relation d'isotropie, on peut calculer approximativement la macroéchelle par rapport à l'espace $L_1 = U_1 L_T$. Les rapports L_1/Y_0 sont donnés, sur la figure 6.8, en fonction de Y^+ . L'accord qualitatif avec les résultats de COMTE - BELLOT (1963) est bon; nos valeurs en L_1/Y_0 étant toutefois environ 50 % plus faibles. Il faut remarquer que, si nous choisissons une valeur de Y_0 plus faible, on aura un meilleur accord (voir à ce sujet les remarques faites en paragraphe 3.2).

Avec une valeur déterminée de L_T , il est possible de calculer approximativement par la relation (4.15) l'erreur de détermination des différents moments statistiques. En utilisant les résultats sur les moments d'ordre quatre et six, on a calculé l'erreur de détermination de u^{12} et de u^{13} respectivement. A titre d'exemple, quelques résultats sont

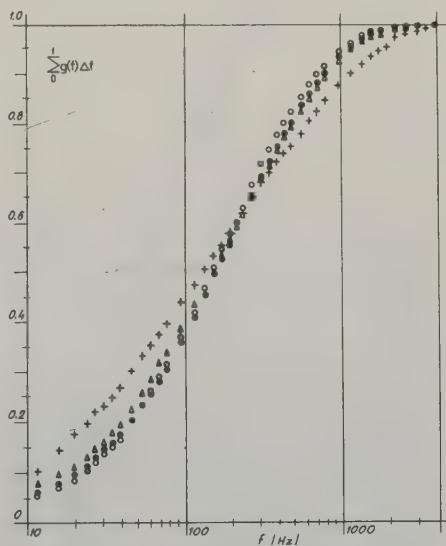


Fig. 6.7 - Spectres intégraux à différentes distances à la paroi; $\bullet$, $Y^+ = 2.1$; $\circ$, $Y^+ = 4.9$; $\triangle$, $Y^+ = 15.7$; $+$, $Y^+ = 72.8$.

Les résultats, pour trois distances adimensionnelles, à l'intérieur de la sous-couche, sont portés sur la figure 6.9 en même temps que les résultats de BAKEWELL (1966) (courbe continue). On voit que le groupement des données, aussi bien que l'accord avec BAKEWELL (1966), sont très satisfaisants pour les valeurs basses de $\omega Y/U_*^2$, dans la zone d'inertie.

On a déterminé les fonctions d'autocorrélation comme transformées de Fourier des spectres, à l'aide de l'équation (6.4). Sur la figure 6.10, on a tracé par l'ordinateur, pour $Y^+ = 3,74$, les coefficients d'autocorrélation r_{11} , en fonction du décalage temporel τ_s . La valeur $\tau_s = 25$ ms correspond au temps adimensionnel:

$$\tau^+ = \frac{\tau_s U_*^2}{\nu} = 331$$

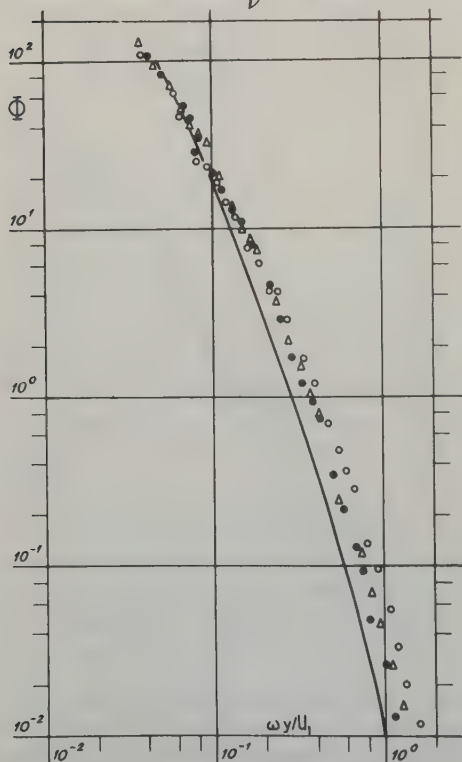


Fig. 6.9 - Représentation adimensionnelle des spectres dans la sous-couche visqueuse. O, $Y^+ = 2,1$; Δ , $Y^+ = 3,74$; $\bullet$, $Y^+ = 4,88$.

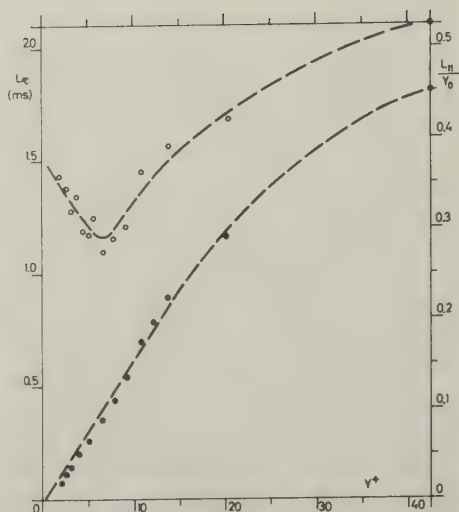


Fig. 6.8 - Echelle intégrale, L_{11}/Y_0 et échelle intégrale par rapport au temps, L_e . $\bullet$, L_{11}/Y_0 ; O, L_e .

La fonction d'autocorrélation représentée sur la figure 6.10 est typique des fonctions d'autocorrélation de la sous-couche. Elle est en accord avec les résultats de COANTIC (1966), BAKEWELL (1966) et VAN-THIHN (1969). Notons simplement, sur la figure 6.10, que la fonction d'autocorrélation commence à être légèrement ondulée pour $\tau^+ > 100$; on observe la même chose dans les résultats de BAKEWELL (1966), KISSEL et al (1971) et VAN-THIHN (1969). Les fonctions d'autocorrélation pour $Y^+ = 2,1$; 4,88; 12,13 et 72,8, sont reproduites sur la figure 6.11. Pour $Y^+ = 72,8$, les ondulations sont à peine observables.

KIM, KLINE & REYNOLDS (1968) ont déterminé la période moyenne des événements intermittents par les pics, d'ailleurs très faibles, des fonctions d'autocorrélation. Il est très difficile de distinguer ces pics sur la figure 6.11. On a cependant déterminé les fonctions

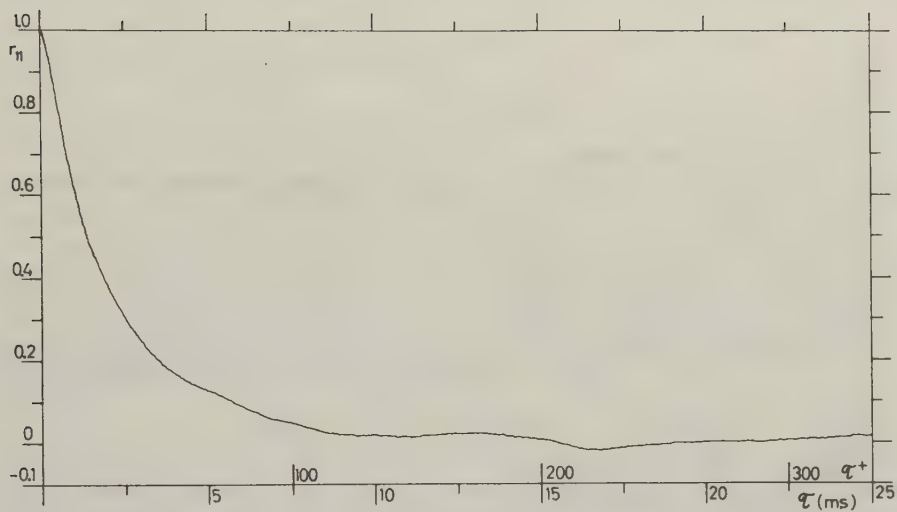


Fig. 6.10 - Fonction d'autocorrélation à $\gamma^+ = 3.74$.

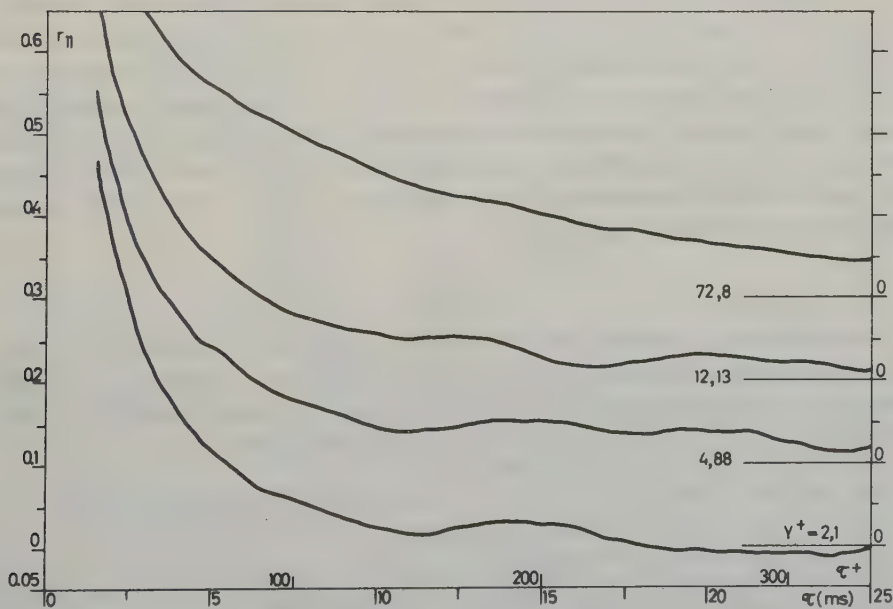


Fig. 6.11 - Fonction d'autocorrélation à différentes distances de la paroi.

d'autocorrélation pour les décalages temporels maximaux de 250 ms, ce qui correspond à $\tau^+ = 3310$. Les fonctions d'autocorrélation obtenues avec des décalages longs, pour trois distances de la paroi, sont représentées sur la fig. 6.12,

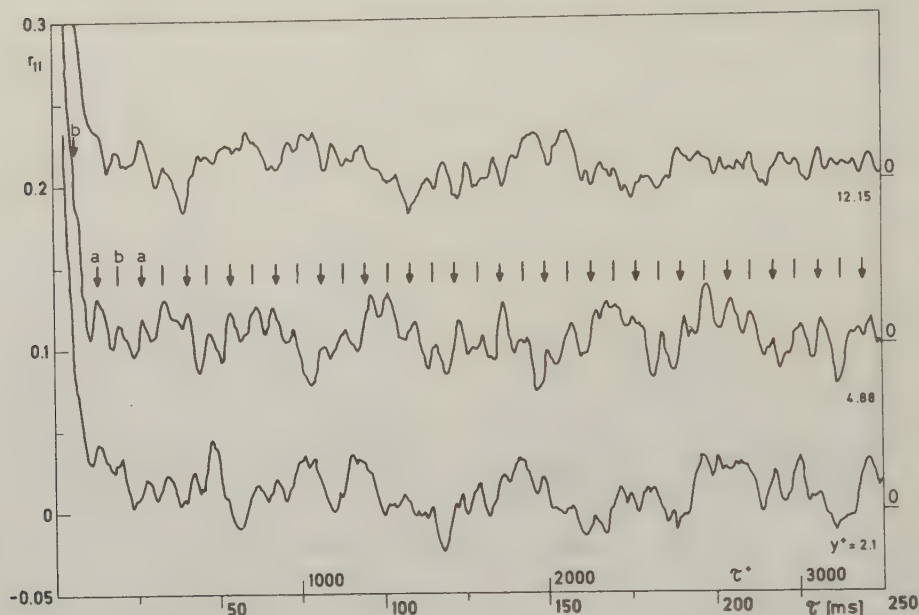


Fig. 6.12- Fonctions d'autocorrélation pour de longs temps de décalage et près de la paroi.

à une échelle grande. Alors, avec cette échelle les ondulations des fonctions d'autocorrélation sont bien visibles, même pour $y^+ = 12,1$. On voit que sur toutes les fonctions d'autocorrélation les premiers pics (pics "a") se situent à $\tau_s = 13,6$ ms ce qui correspond à $\tau^+ = 180$. Seulement si l'on prend ce temps de décalage comme période moyenne des événements intermittents, il reste à expliquer les pics "b" qui, sur la figure 6.12, se trouvent entre les pics "a". Il faut donc prendre le décalage temporel entre deux pics "a" et "b" voisines comme période moyenne. En ce cas on a:

$$\overline{\tau^+} = 90$$

Il faut noter que KIM, KLINE & REYNOLDS (1968) ont obtenu $\overline{\tau^+} = 80$, pour un nombre de Reynolds voisin. On peut rapporter nos résultats sur la période moyenne $\overline{\tau}$ aux paramètres d'écoulement loin de la paroi (LAUFER & NARAYANAN, 1971), par exemple avec U_o et Y_o on trouve:

$$\frac{U_o \overline{\tau}}{Y_o} = 3,45$$

ce qui est un peu inférieur aux valeurs $U_o \overline{\tau} / \delta = 4$ à 8 rapportées par LAUFER & NARAYANAN (1971), dans le cas d'une couche limite.

La période moyenne $\tau^+ = 90$ correspond à une fréquence de 147 Hz. Sur les figures 6.3 et 6.5, on peut voir des pics très faibles dans les spectres correspondant à cette fréquence. Les pics sont mieux détectés quand Δf est plus petit (fig. 6.3).

6.3. SPECTRES DE TEMPERATURE

Les spectres des fluctuations de température ne sont pas si largement étudié que les spectres de vitesse. De point de vue théorique, les spectres de température sont traités par CORRSIN (1951); BATCHELOR, HOWELLS & TOWNSEND (1959); CORRSIN (1964) et TENNEKES & LUMLEY (1972). Les spectres des fluctuations de température sont déterminés en aval des grilles par MILLS et ali (1958) et MILLS & CORRSIN (1959); dans l'océan, par GRANT et ali (1968) et dans les conduits, par TANIMOTO & HANRATTY (1963), RUST & SESONSKE (1966); BREMHORST & BULLOCK (1970); BLOM (1970) et SHLANCHIAUSKAS, DRIZHIUS & ZHUKAUSKAS (1971).

Les spectres unidimensionnels de température G_T obtenus par la méthode FTT et tracés par le calculateur sont donnés sur la figure 6.13, pour cinq distances à la paroi. Sur ces spectres, on peut distinguer, la zone d'inertie, avec une

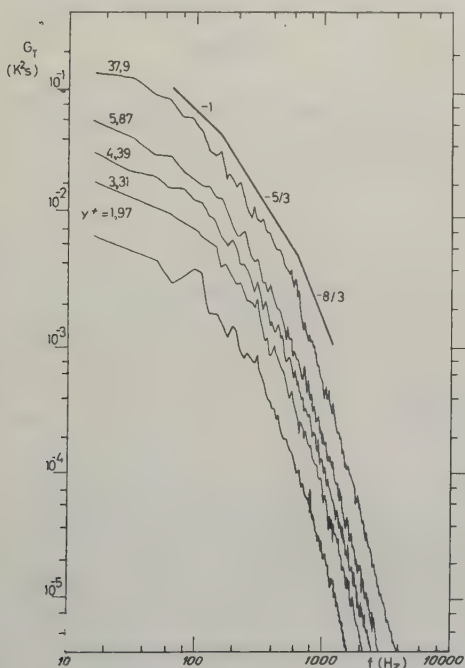


Fig. 6.13 - Spectres de température à différentes distances de la paroi.

une pente $-5/3$, pour $Y^+ = 37,9$; elle est un peu moins étendue, pour $Y^+ = 3,31$ à $5,87$. Il est difficile de détecter cette zone sur le spectre le plus rapproché de la paroi, $Y^+ = 1,97$. Pour les fréquences plus élevées, dans la zone d'inertie et de diffusion, au lieu d'une pente $-17/3$ (BATCHELOR, HOWELLS & TOWNSEND, 1959), on trouve une pente $-8/3$ en accord avec RUST & SESONSKE (1966) et BREMHORST & BULLOCK (1970). Il faut noter sur la figure 6.13 que les spectres comportent probablement une erreur au delà 1.000 Hz, à cause de l'inertie du fil.

représentés. On voit que, près de la paroi, les spectres des températures et des vitesses sont confondus, et cela dans la zone de production où, d'après TCHEN

Les spectres des températures réduites, rapportés aux valeurs de K_t^2 , sont donnés, sur la figure 6.14, pour $Y^+ = 5,87$ et $Y^+ = 11,6$; ces deux spectres sont confondus. Sur la même figure le spectre des vitesses à $Y^+ = 5,87$ en écoulement non-isotherme et le spectre des vitesses à $Y^+ = 5,45$ en écoulement isotherme, sont aussi

(voir HINZE, 1959), on a une pente -1, en accord avec BREMHORST & BULLOCK (1970). Pour les fréquences plus élevées, dans la zone d'inertie et au delà, les spectres des vitesses se trouvent au-dessus des spectres des températures, contrairement aux résultats de BREMHORST & BULLOCK (1970), mais en accord avec ceux trouvés par BLOM (1970).

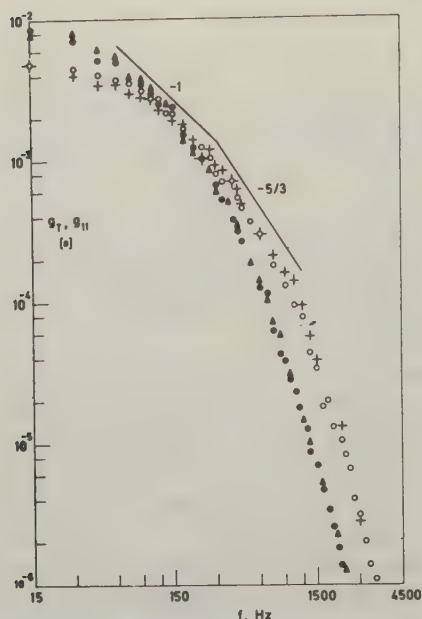


Fig.6.14 - Spectres des vitesses et des températures en écoulement isotherme et non-isotherme. ●, g_T , $Y^+ = 5,9$; ▲, g_T , $Y^+ = 11,6$; +, g_{11} , $Y^+ = 5,9$ écoulement non-isotherme; O, g_{11} , $Y^+ = 5,45$, écoulement isotherme.

Sur la figure 6.15 on a tracé les fonctions d'autocorrélation, obtenues à partir des spectres, par transformations de Fourier, pour trois distances plus proches de la paroi. On retrouve les ondulations observées dans les fonctions d'autocorrélation des vitesses. Les ondulations sont très prononcées pour $Y^+ = 1,97$ la période moyenne des événements intermittents étant presque la même que dans le cas des vitesses en écoulement isotherme:

$$\overline{\tau^+} = 88,7$$

Les ondulations sont moins prononcées pour $Y^+ = 5,87$.

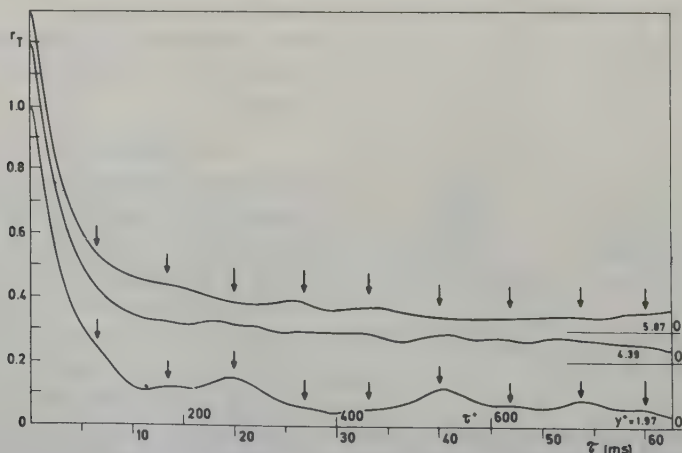


Fig.6.15 - Fonctions d'autocorrélation des températures pour de longs temps de décalage à différentes distances de la paroi.

6.4. SPECTRES DES DERIVES

Les spectres des dérivées de vitesse sont très peu étudiés. On présente dans ce paragraphe les résultats sur les spectres des dérivées des vitesses par rapport au temps, (du/dr) , pour l'écoulement isotherme. Quelques résultats sont aussi donnés sur les spectres des dérivées (d^2u/dr^2) et (d^3u/dr^3) .

Comme il a été déjà signalé au paragraphe 6.1, le spectre de (du/dr) est lié au spectre de u par:

$$G'_{11}(f) = \pi^2 f^2 G_{11}(f) \quad (6.18)$$

Pour $Y^+ = 5,45$, on a comparé, sur la figure 6.16, le spectre des dérivées, calculé d'après l'équation (6.18) et le spectre des vitesses $G_{11}(f)$, avec le spectre obtenu directement à partir du signal (du/dr) , en utilisant la méthode FFT; on voit que l'accord est bon, la dispersion des points étant un peu plus prononcée pour le spectre calculé à partir de l'équation (6.18). Le spectre est représenté jusqu'à fréquence maximale d'échantillonnage digital, $f_{max} = 8.000$ Hz, qui est deux fois plus élevée que la fréquence f_N , admise par le théorème de Shannon. On voit que le contenu d'énergie des fluctuations au delà de f_N , de 4.000 à 8.000 Hz, est encore appréciable. La valeur de la variance des fluctuations des dérivées des vitesses (du/dr) :

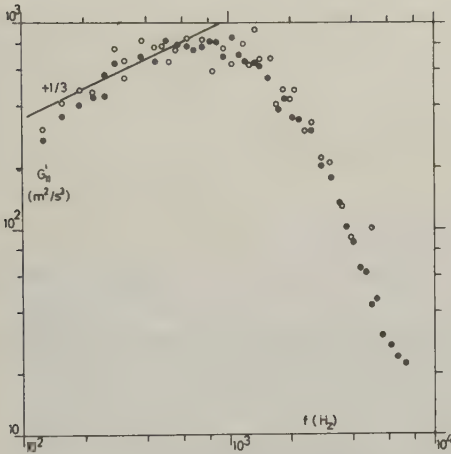


Fig. 6.16 - Spectres des dérivées des vitesses du/dr , à $Y^+ = 5,45$, déterminés d'après l'équation 6.18 (O) et directement (•).

$$K'^2 = \overline{(du/dr)^2} = \sum_i G'_{11}(f_i) \Delta f \quad (6.19)$$

est environ 5% plus faible que la valeur de la variance K'^2 obtenue à partir de la distribution de probabilité $p(s_1)$ et cela même avec la fréquence maximale f_{max} . On doit donc opérer avec une fréquence d'échantillonnage plus élevée pour déterminer tout le spectre des dérivées des vitesses (du/dr) . Sur la figure 6.16, on peut distinguer la zone d'inertie, de pente $+1/3$; elle correspond à la portion des spectres des vitesses de pente $-5/3$ (GIBSON, STEGEN & WILLIAMS, 1970).

Sur la figure 6.17, sont reproduits les spectres $G'_{11}(f)$ déterminés par la méthode FFT pour quatre distances à la paroi ($Y^+ = 2,95$ à $72,8$). On voit que la fréquence de Nyquist, f_N , devient de moins en moins suffisante quand on s'éloigne de la paroi. On voit aussi que les maximums dans les spectres se déplacent de plus en plus vers les fréquences plus élevées quand la distance à la

paroi augmente. Sur les spectres on peut distinguer les zones de pentes $+1/3$, correspondant aux zones d'inertie, aussi bien que les zones de pentes $+1$ correspondant aux zones, dans les spectres de vitesse, de pente -1 .

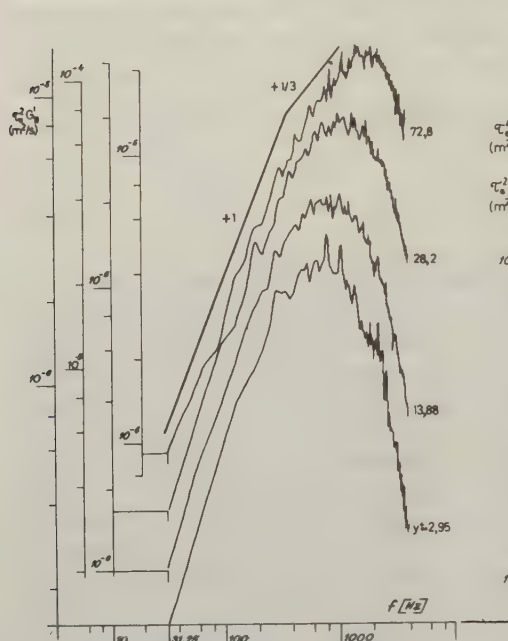


Fig. 6.17 - Spectres des dérivées des vitesses, $du/d\tau$, à différentes distances de la paroi.

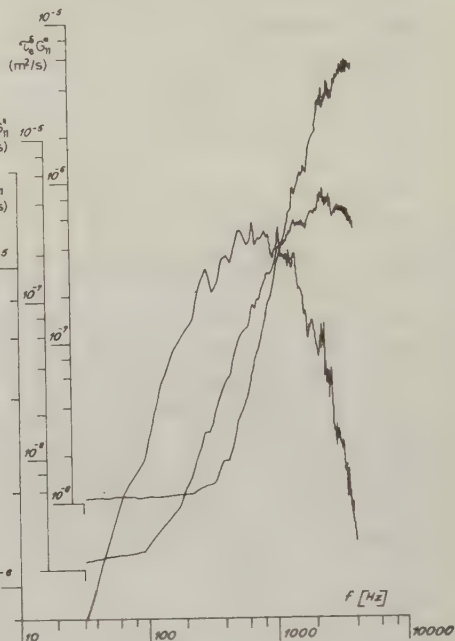


Fig. 6.18 - Spectres des dérivées des vitesses, $du/d\tau$, $d^2u/d\tau^2$ et $d^3u/d\tau^3$, à $Y^+ = 5,45$.

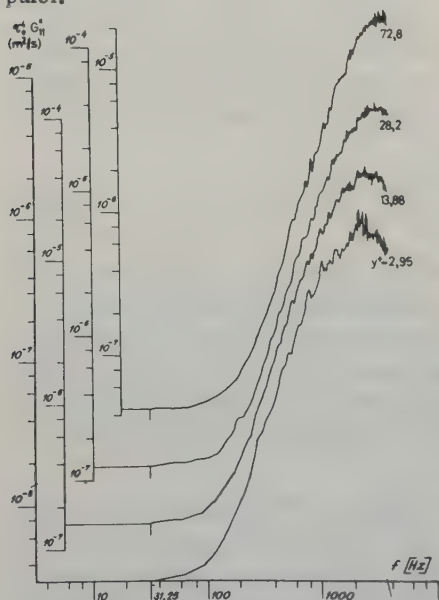


Fig. 6.19 - Spectres des dérivées secondes des vitesses, $d^2u/d\tau^2$ à différentes distances de la paroi.

Sur la figure 6.18, on trouve, pour $Y^+ = 5,45$, les spectres de trois dérivées de vitesse par rapport au temps, $(du/d\tau)$, $(d^2u/d\tau^2)$ et $(d^3u/d\tau^3)$, déterminés par la méthode FFT. On voit que le contenu de l'énergie des fluctuations des fréquences inférieures à 100 Hz et à 300 Hz pour les dérivés $(d^2u/d\tau^2)$ et $(d^3u/d\tau^3)$, respectivement, est pratiquement nul. Ainsi les dérivations successives de la vitesse par rapport au temps a le même effet que l'utilisation d'un filtre "passe-bas". Sur la figure 6.18, on voit aussi que les maximums dans les spectres se déplacent vers les fréquences plus élevées au fur et à mesure que l'ordre de la dérivée augmente et que, même dans le cas de la dérivée seconde, $G''_{u''}$, la fréquence $f_N = 4.000$ Hz est insuffisante. Les spectres de dérivée

seconde, G_{11}'' , sont représentés sur la figure 6.19, pour les mêmes distances à la paroi que sur la figure 6.17.

CHAPITRE VII

ANALYSE PAR ECHANTILLONNAGE CONDITIONNEL

7.1. JUSTIFICATION

L'analyse statistique conventionnelle présentée dans les chapitres IV, V et VI a confirmé l'existence d'événements intermittents dans les couches pariétales, événements expérimentalement trouvés par visualisation (KIM, KLINE & REYNOLDS, 1971; CORINO & BRODKEY, 1969; GRASS, 1971). Les résultats principaux de cette analyse, en accord avec les résultats des autres chercheurs (MILLIAT, 1956; MARCILLAT, 1964; ECKELMANN, 1970; GUPTA & KAPLAN, 1972; FRENKIEL & KLEBANOFF, 1973), sont les suivants:

- Les distributions de probabilité des vitesses ne sont gaussiennes nulle part dans les couches pariétales, même si l'on tient compte qu'il s'agit de distributions d'intensité du vecteur vitesse. Elles sont très aplaties au milieu de la couche intermédiaire, très dissymétriques avec étalement dans le sens des vitesses élevées, pour des points proches de la paroi, et très étalées dans le sens des vitesses faibles vers l'axe de conduit.

- Les distributions de probabilité des différences de température ressemblent aux distributions de vitesse en écoulement non-isotherme. En prenant la température comme traceur des masses de fluide, on arrive à la conclusion que l'étalement des distributions des vitesses et des différences de température vers les valeurs élevées au voisinage de la paroi est la conséquence des arrivées intermittentes de masses de fluide de vitesse élevée et de température basse en provenance de couches plus éloignées de la paroi. Et que l'étalement de ces distributions vers les valeurs faibles, pour des points plus éloignés de la paroi est la conséquence des éjections des masses de fluide de vitesse faible et de température élevée en provenance des couches très voisines de la paroi.

- Les distributions de probabilité des dérivées de vitesse par rapport au temps ne sont pas non plus gaussiennes dans les couches pariétales. Les valeurs des coefficients d'aplatisement de ces distributions sont beaucoup plus élevées que dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope. Si les valeurs élevées de ces coefficients, dans ce dernier cas, indiquent la nature intermittente de la dissipation d'énergie turbulente (KUO & CORRSIN, 1971; BETCHOV, 1973), on arrive à la conclusion que la dissipation, et donc la production d'énergie turbulente dans les couches pariétales, sont encore plus intermittentes.

- L'analyse harmonique, et, en particulier l'analyse des fonctions d'autocorrélation avec décalage temporel long démontrent l'existence d'événements

intermittents, quasi-périodiques. Par cette analyse, on arrive à déterminer la période moyenne des événements intermittents dont la valeur est en accord avec celle donnée par les autres chercheurs (KIM, KLINE & REYNOLDS, 1971; RAO, NARASHIMA & NARAYANAN, 1971; LAUFER & NARANAYAN, 1971).

Il est vrai que les événements intermittents sont masqués dans le procédé de détermination des moyennes par temps d'observation long, qui est à la base de l'analyse statistique conventionnelle. Ils ne peuvent être détectés que par une analyse statistique très poussée qui nécessite l'emploi des calculateurs digitaux importants et rapides. Il faut aussi dire que, même avec une analyse statistique très poussée, il est improbable qu'on aurait détecté ces événements, sans l'indication de leur existence fournie par les études par visualisation.

En outre l'analyse statistique conventionnelle, de même que les études par visualisation, ne peuvent décrire les événements intermittents d'une façon quantitative. L'analyse statistique conventionnelle est un moyen très efficace dans le cas de distributions gaussiennes. Or, il s'agit ici de phénomènes nettement non-gaussiens, où l'analyse conventionnelle, basée sur des observations longues, n'est pas efficace. Il faut développer d'autres procédés fondés sur les observations sélectives d'événements de courte durée.

Comme on l'a déjà indiqué au paragraphe 1.5, l'un de ces procédés d'analyse des phénomènes non-gaussiens a été déjà développé dans les études de l'intermittence au voisinage des frontières libres (KOVASZNAY, KIBENS & BLACKWELDER, 1970; WIGNANSKI & FIEDLER, 1970). Il a été appelé échantillonnage conditionnel. Il s'agit d'observer des phénomènes instantanés ou de courte durée, et de la sélectionner d'après des critères définis préalablement. Il s'agit d'ailleurs d'un procédé général d'analyse des phénomènes intermittents, donc non-gaussiens. Il est ainsi tout naturel d'employer ce procédé dans les études d'intermittence dans les couches pariétales (GUPTA, LAUFER & KAPLAN, 1971; ZARIĆ, 1971a; BLACKWELDER & KAPLAN, 1972; WILMARTH & LU, 1972; BRODKEY, WALLACE & ECKELMANN, 1973).

A partir de la méthode digitale, évidemment plus convenable, on peut faire l'échantillonnage conditionnel de deux façons différentes:

– On peut observer des phénomènes de durée courte mais constante; autrement dit, des sous-ensembles en nombre constant de valeurs instantanées; et on peut faire la sélection parmi eux d'après des critères établis. On va appeler ce procédé *l'échantillonnage cyclique*."

– On peut observer les phénomènes instantanés et faire des sous-ensembles de valeurs instantanées en nombre variable, d'après des critères établis. Autrement dit, on définit une fonction d'intermittence $I(X, Y, Z, \tau)$ (paragraphe 1.6, Eq. 1.30) telle que:

$$I(X, Y, Z, \tau) = \begin{cases} 1 & ; Z > Z_0 \\ 0 & ; Z < Z_0 \end{cases} \quad (7.1)$$

où Z est la valeur du critère choisi; et on forme deux groupes de sous-ensem-

les appartenant à $I = 1$ et à $I = 0$. La durée d'un sous-ensemble est variable et égale à la durée du signal entre deux changements successifs de valeur de $I(X, Y, Z, \tau)$. On va appeler ce procédé *l'échantillonnage stochastique*.

Comme on l'a déjà signalé (paragraphe 1.5 et 1.6), le plus délicat dans l'emploi d'échantillonnage conditionnel est le choix de critère Z et de la valeur critique de ce critère Z_0 . Le critère doit satisfaire au mieux à la condition que les valeurs soient nettement différentes pendant la durée des phénomènes intermittents et pendant les périodes calmes. Ainsi les critères peuvent être:

- les fluctuations des composantes de vitesse (BLACKWELDER & KAPLAN, 1972);

- les fluctuations de la tension de Reynolds (WILLMARTH & LU, 1972; WALLACE, ECKELMANN & BRODKEY, 1972);

- les fluctuations de vorticité (CORRSIN & KISTLER, 1955; KOVASZNAY, KIBENS & BLACKWELDER, 1970) ou des dérivées spatiales de vitesse;

- les fluctuations des dérivées par rapport au temps des composantes de vitesse (WYGNANSKI & FIELDER, 1970; HEDLEY & KEFFER, 1970b; SUNYACH, 1971; THOMAS, 1973);

- les fluctuations des dérivées par rapport au temps de la tension de Reynolds (ANTONIA, 1972);

- la présence d'un traceur comme la température (BRANDT & BRADSHAW, 1972; FIEDLER, 1973).

Nous ne disposons que du signal d'un seul fil chaud et, par conséquent, nous ne pouvons utiliser comme critère que des combinaisons entre les fluctuations de vitesse ou de température et de leurs dérivées par rapport au temps. Les études de l'intermittence faites par d'autres chercheurs ont indiqué qu'une méthode employant deux ou plusieurs fils, ou alors une méthode pouvant mesurer simultanément la vitesse et la température, est plus avantageuse.

En ce qui concerne la méthode d'échantillonnage on a d'abord employé l'échantillonnage cyclique et on présente dans ce chapitre, avec quelques détails, les résultats de cette étude, déjà publiée (ZARIĆ, 1972a, 1972d). Dans cette étude, on a démontré que la méthode d'échantillonnage cyclique n'est pas tout à fait satisfaisante. On a donc développé la méthode d'échantillonnage stochastique (ZARIĆ, 1973) dont les derniers résultats sont présentés et discutés dans ce chapitre.

7.2. ECHANTILLONNAGE CYCLIQUE

La méthode d'échantillonnage cyclique a été employée dans les études d'intermittence des couches pariétales par KAPLAN (1972) (voir aussi BLACKWELDER & KAPLAN, 1972) et indépendamment par nous (ZARIĆ, 1972a, 1972d).

Par la technique de BLACKWELDER & KAPLAN (1972), on obtient à partir du signal d'un fil chaud, un autre signal plus sensible aux phénomènes intermittents: on détermine la vitesse moyenne d'une période courte, $2\tau_c$, comprenant

tout de même une dizaine de valeurs digitales instantanées:

$$\hat{u}(\tau) = \frac{1}{2\tau_c} \int_{\tau-\tau_c}^{\tau+\tau_c} u(\tau) d\tau ; \quad (7.2)$$

on détermine ensuite la variance

$$\hat{x}^2 = \hat{u}^2 - \hat{u}^2 ; \quad (7.3)$$

on obtient ainsi un signal de $\hat{x}^2(\tau)$. Ce procédé revient à employer un filtre digital "passe-bas" et, par conséquent, à différencier la vitesse par rapport à τ_c ; le signal de $\hat{x}^2$ correspondant au signal de $(du/d\tau)^2$. On a alors comparé le signal avec une valeur critique Z_0 choisie arbitrairement, en établissant ainsi une fonction d'intermittence:

$$I(\tau) = \begin{cases} 1 & \hat{x}^2 > Z_0 \\ 0 & \hat{x}^2 \leq Z_0 \end{cases} \quad (7.4)$$

BLACKWELDER & KAPLAN, 1972, ont employé ce procédé dans une étude de l'intermittence dans les couches pariétales par dix fils chauds disposés simultanément à différentes distances de la paroi,

Nous avons employé un procédé un peu plus simple (ZARIĆ, 1972a); la durée totale du signal, $\tau_t = N\tau_e$, est divisée par un nombre de sous-ensembles, N/n , de durée constante, $n\tau_e$. Puis, on détermine les valeurs moyennes, $\hat{u}$, et les variances, $\hat{x}^2$, de ces sous-ensembles (fig. 7.1). Sur la figure 7.2, on a

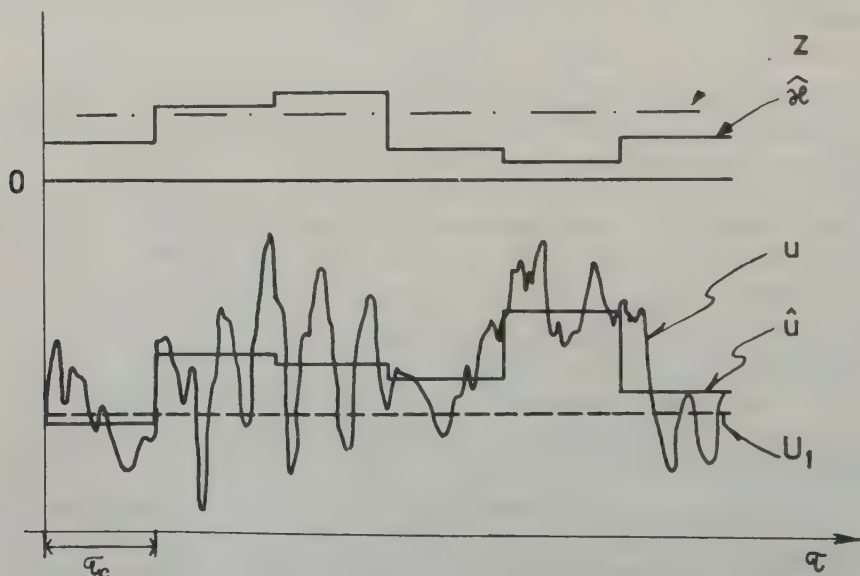


Fig. 7.1 - Schéma de principe d'échantillonnage conditionnel cyclique

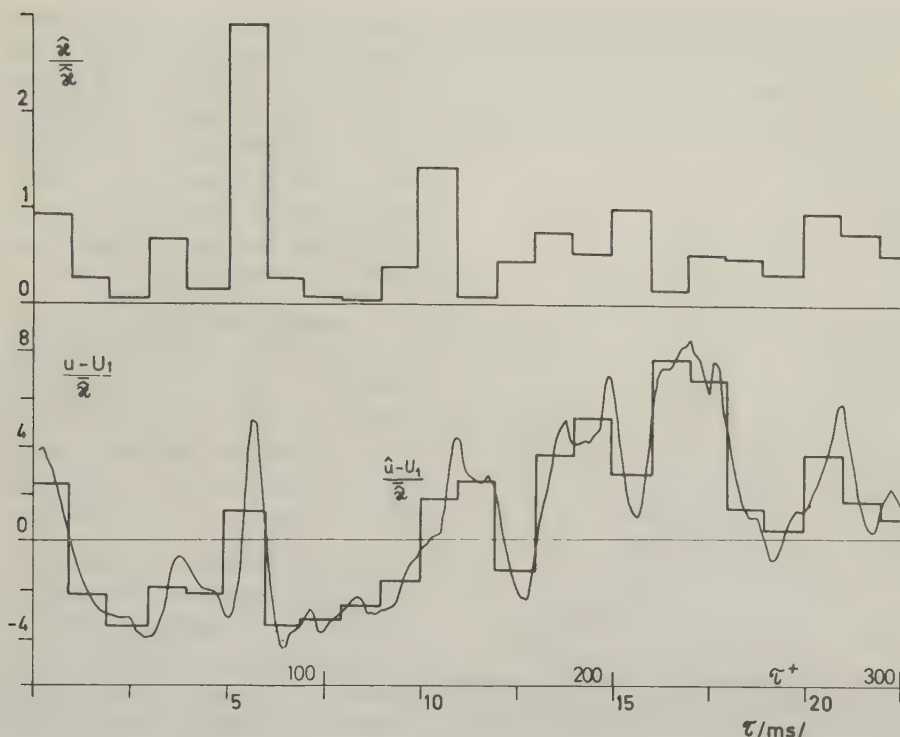


Fig. 7.2 - Echantillonnage conditionnel cyclique à $Y^+ = 13.9$.

tracé le signal de vitesse correspondant à $Y^+ = 9,4$ et on a indiqué, sur ce signal les valeurs de $\hat{u}$ (en bas). Dans la partie supérieure de la figure 7.2, sont portées les valeurs correspondantes de :

$$\overline{\hat{x}} = \sqrt{\overline{\hat{x}^2}} \quad (7.5)$$

Parce qu'il s'agit d'un filtre digital qui arrête les fluctuations de fréquences supérieures à :

$$f_c = \frac{1}{n\tau_e} = \frac{f_{\max}}{n}, \quad (7.6)$$

on a, en faisant la moyenne pour le signal complet,

$$K^2 = \overline{\hat{x}^2} + \overline{\hat{K}^2} \quad (7.7)$$

où

$$\overline{\hat{K}^2} = \overline{(\hat{u} - U_1)^2} \quad (7.8)$$

On peut déterminer $\overline{\hat{x}^2}$ et $\overline{\hat{K}^2}$ en fonction de f_c d'après les spectres intégraux (paragraphe 6.6, fig. 6.7).

Les caractéristiques des fluctuations supérieures à f_c , $(u - \hat{u})$, et inférieures à f_c , $(\hat{u} - U_1)$, sont nettement différentes et dépendent de f_c . Sur les fi-

gures 7.3 et 7.4 on a présenté les distributions de probabilité des fluctuations ($u - \hat{u}$) et ($\hat{u} - U_1$), pour $Y^+ = 4,88$, et respectivement, pour $f_c = 2.000$ et 1.000 Hz. Sur la figure 7.3, on voit que les distributions de probabilité des fluctuations avec $f > f_c$ sont semblables aux distributions de probabilité des dérivées de vitesse par rapport au temps (fig. 5.1).

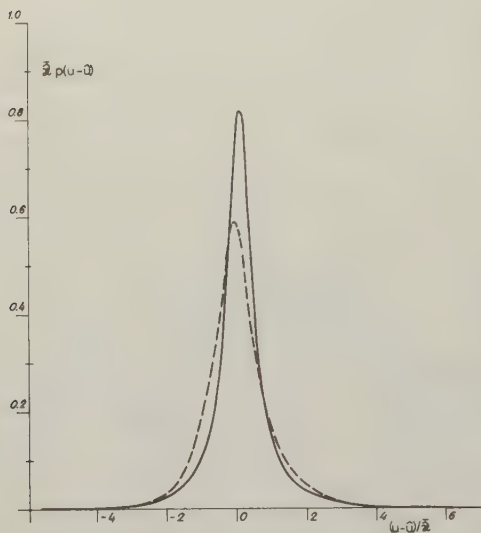


Fig. 7.3 - Distribution de densité de probabilité des fluctuations de vitesse au dessus de la fréquence f_c , à $Y^+ = 4,9$. —, $f_c = 2.000$ Hz; ---, $f_c = 1.000$ Hz.

Sur la figure 7.4, on voit que les distributions de probabilité des fluctuations avec $f < f_c$ sont peu différentes des distributions de probabilité correspondant au signal complet (fig. 4.2), surtout pour la distribution correspondant à $f_c = 2.000$ Hz.

Les distributions de probabilité des fluctuations ($u - \hat{u}$) et ($\hat{u} - U_1$) sont données sur les figures 7.5 et 7.6, respectivement, pour différentes distances à la paroi, Y^+ , et pour $f_c = 2.000$ Hz. Les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement correspondants sont donnés sur la figure

7.7, en fonction de Y^+ . On voit, encore une fois, que les caractéristiques des

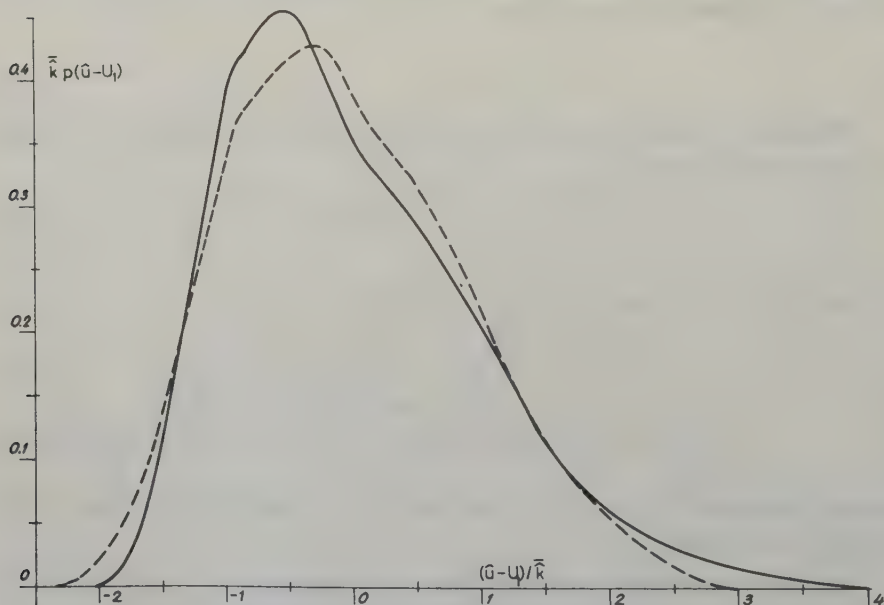


Fig. 7.4 - Distribution de densité de probabilité des fluctuations de vitesse au dessous de f_c , à $Y^+ = 4,9$. —, $f_c = 2.000$ Hz; ---, $f_c = 1.000$ Hz.

fluctuations des fréquences supérieures à f_c sont semblables aux caractéristiques des fluctuations des dérivées de vitesse. Mais, pour $f_c = 2.000$ Hz, les coefficients de dissymétrie des fluctuations ($u - \hat{u}$) changent le signe, ce qui n'est pas le cas pour les fluctuations de ($du/d\tau$) (fig. 5.4), tandis que les valeurs du coefficient d'aplatissement sont voisines des valeurs correspondant de

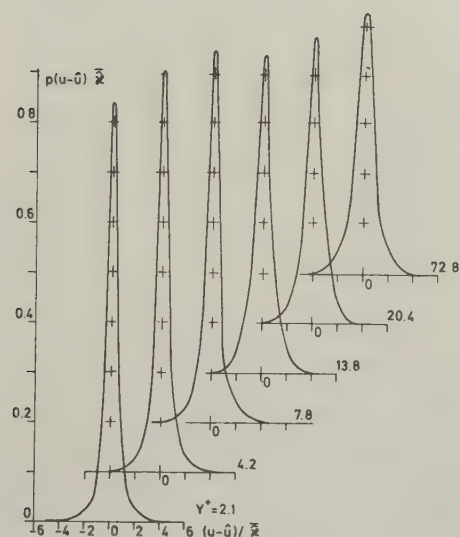


Fig. 7.5 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations au dessus de $f_c = 2.000$ Hz, pour différentes distances à la paroi.

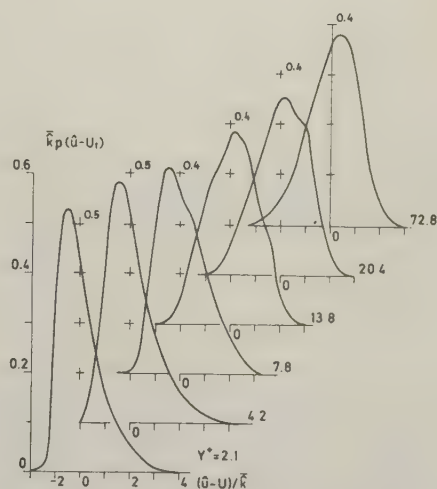


Fig. 7.6 - Distributions de densité de probabilité des fluctuations au dessous de $f_c = 2.000$ Hz, pour différentes distances à la paroi.

($du/d\tau$) (fig. 5.5). Les coefficients correspondant aux fluctuations des fréquences inférieures à f_c sont voisines des coefficients correspondants des fluctuations de vitesse (fig. 4.11).

Le choix de $\hat{k}$ seul comme critère d'échantillonnage conditionnel ne nous semble pas justifié. D'abord, $\hat{k}$ est toujours positif, tandis qu'on a vu que les événements intermittents dans les couches pariétales comprennent au moins deux phases distinctes: les apports vers la paroi des masses de fluide en provenance des couches éloignées de la paroi et les éjections des masses de fluide en provenance du voisinage de la paroi vers l'axe de la conduite: on voudrait bien distinguer entre ces deux mécanismes, ce qui n'est pas possible avec $\hat{k}$, comme critère.

En outre, il est bien difficile de choisir une valeur critique, Z_0 , au-dessus de laquelle on considère que l'événement est intermittent. Sur la figure 7.8, pour $\gamma^+ = 4.88$, on a représenté la distribution de probabilité de $\hat{k}$ pour $f_c = 2.000$ et 1.000 Hz. Il semble que la choix de la valeur la plus élevée de f_c est bien indiqué, car les coefficients d'aplatissement sont plus grands dans ce cas; autrement dit, parce que les excursions vers les valeurs élevées de $\hat{k}$ sont plus dis-

tinctes dans ce cas. Les fonctions de répartition $p(\hat{k})$ pour $f_c = 2.000$ Hz et plusieurs distances à la paroi sont représentées sur la figure 7.9. On voit qu'aucune indication pour le choix de Z_0 n'est donnée par ces courbes.

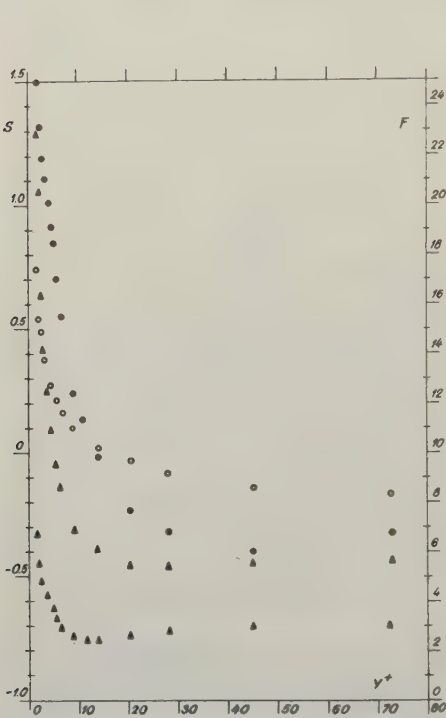


Fig. 7.7 - Coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations au dessus et au dessous de $f_c = 2.000$ Hz. ●, $S, f < f_c$; ○, $S, f > f_c$; Δ, $F, f < f_c$; ▲, $F, f > f_c$.

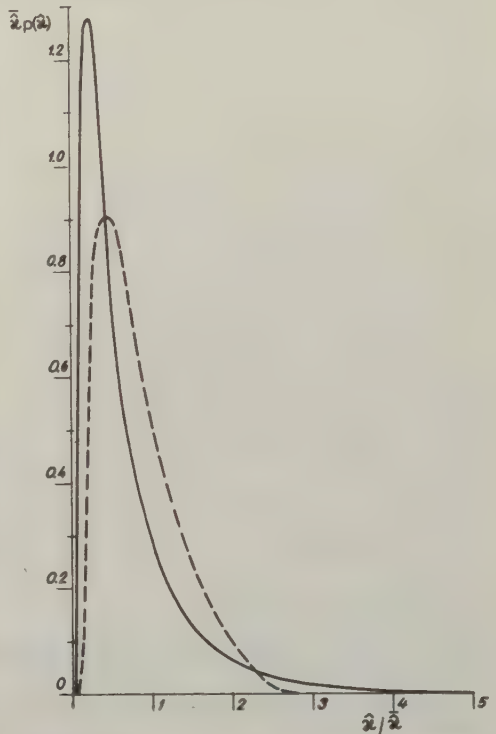


Fig. 7.8 - Distribution de densité de probabilité de la variance des fluctuations au dessus de f_c . —, $f_c = 2.000$ Hz; --- $f_c = 1.000$ Hz.

Enfin, en prenant $\hat{k}$ comme seul critère, on conditionne l'échantillonnage aux hautes fréquences seulement. En comparant les distributions de probabilité de ces fluctuations (fig. 7.5) avec les distributions de probabilité des fluctuations des fréquences inférieures à f_c (fig. 7.6), on voit que ces dernières sont plus indicatives des phénomènes intermittents. On a fait aussi un échantillonnage conditionnel en déterminant deux fonctions de répartition $p(\hat{k})$, l'une correspondant à la condition $(\hat{u} - U_1) \leq 0,5 K$, et l'autre correspondant à la condition $(\hat{u} - U_1) > 0,5 K$. Les résultats sont donnés sur la figure 7.10 pour $Y^+ = 4,88$ et $f_c = 2.000$ Hz. En comparant les figures 7.8 et 7.10, on voit que, pour $Y^+ = 4,88$ les valeurs élevées de $\hat{k}$ correspondent aux valeurs élevées de $\hat{u}$.

On a donc pris comme critère une combinaison de $\hat{k}$ et de $(\hat{u} - U_1)$:

$$Z = \frac{(\hat{u} - U_1) \hat{x}^2}{\hat{K} \hat{x}^2} \quad (7.9)$$

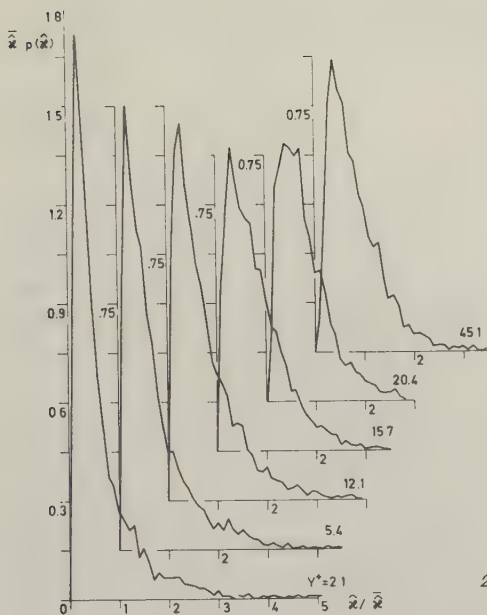
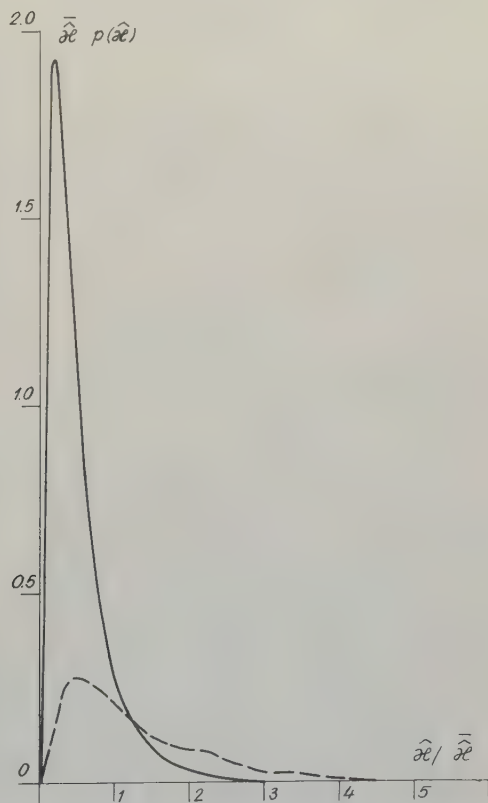
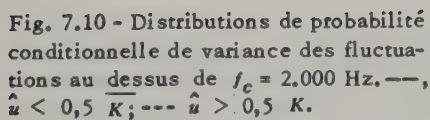


Fig. 7.9 - Distribution de probabilité de variance des fluctuations au dessous de $f_c = 2.000$ Hz, pour différentes distances à la paroi.



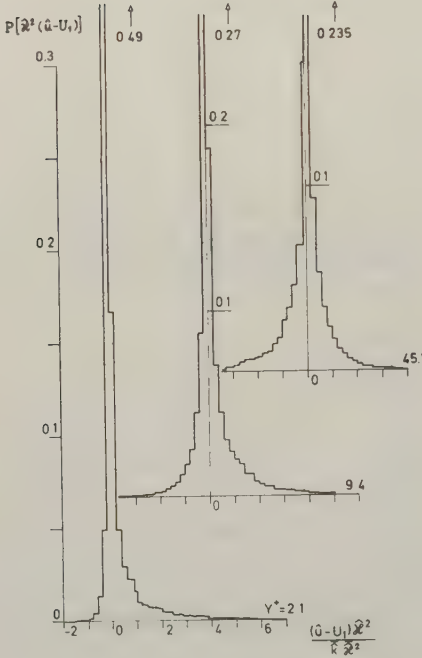
La figure 7.11 donne les histogrammes du critère Z pour trois distances à la paroi: la plupart du temps, les fluctuations de Z sont très faibles mais on a des excursions très prononcées des Z vers les valeurs élevées dans la sous-

couche ($Y^+ = 2,1$) et des excursions vers les valeurs négatives de Z dans la zone logarithmique ($Y^+ = 45,1$). Le choix de Z permet donc de distinguer les différentes phases intermittentes:

$Z > Z_0$, phase des apports

$-Z_0 \leq Z \leq Z_0$, période calme

$Z < -Z_0$, phase des éjections

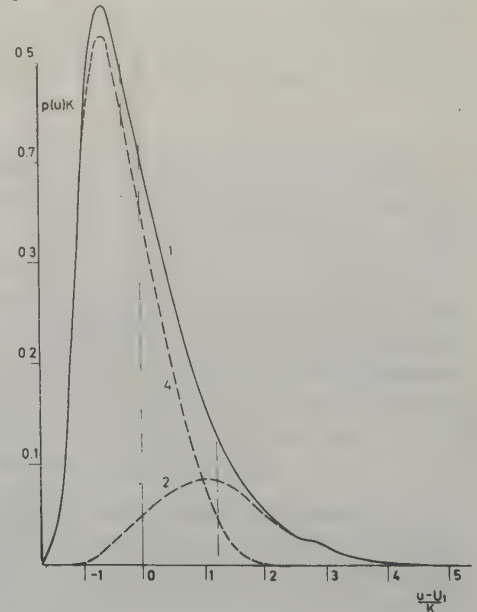


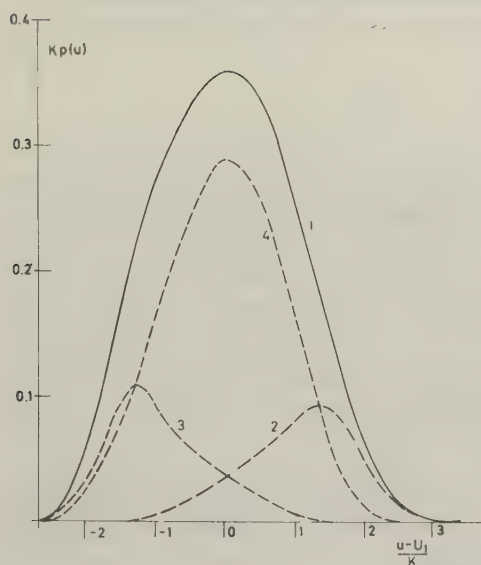
(4). Toutes ces distributions de probabilité sont rapportées à K . Sur la figure 7.12, il est clair que les phases intermittentes d'arrivée des masses de fluide provenant des régions éloignées de la paroi sont dominantes dans la sous-couche, tandis que dans la couche intermédiaire les deux phases sont présentes (fig. 7.13).

Fig. 7.12 - Séparation des phases intermittentes à $Y^+ = 2,5$, par échantillonnage conditionnel cyclique.

On a fait l'échantillonnage conditionnel sur la base de ce critère Z . Les résultats sont donnés, sur les figures 7.12 et 7.13, pour $Y^+ = 2,5$ et $Y^+ = 13,9$, respectivement. On a pris arbitrairement $Z_0 = 5$. Sur les figures 7.12 et 7.13, les courbes 1, 2, 3 et 4 correspondent aux distributions de probabilité: du signal complet (1), des phases intermittentes d'arrivée de masses de fluide provenant des régions éloignées de la paroi (2), des phases intermittentes des éjections de fluide provenant des régions les plus proches de la paroi (3) et des périodes calmes

Fig. 7.11 - Distributions de probabilité du critère Z , pour différentes distances à la paroi.





On ne peut pas se contenter des résultats d'échantillonnage cyclique représentés sur les figures 7.12 et 7.13. D'après la figure 7.13, on n'a pas réussi à séparer les phases intermittentes d'une façon satisfaisante. La distribution de probabilité correspondant aux périodes calmes (courbe 4) s'étale vers les valeurs faibles de la vitesse aussi bien que la distribution de probabilité, courbe 2. Nous avons donc renoncé à faire l'échantillonnage conditionnel par la méthode cyclique au profit de la méthode stochastique.

Fig. 7.13 - Séparation des phases intermittentes à $Y^+ = 13,9$, par échantillonnage conditionnel cyclique.

7.3. ECHANTILLONNAGE STOCHASTIQUE

Dans la méthode d'échantillonnage qu'on a appelé stochastique, la fréquence d'échantillonnage est une fonction aléatoire et on détermine directement la fonction d'intermittence $I(\tau)$, d'après des critères préalablement définis. C'est la méthode utilisée le plus souvent dans les études d'intermittence au voisinage des frontières libres. Cependant, tandis que l'on cherche, dans ces études, à distinguer deux états différents (turbulent et non-turbulent) on voudrait bien distinguer entre trois phases différentes: phase d'arrivée des masses de fluide provenant des régions plus éloignées de la paroi; phase d'éjection des masses de fluide provenant des couches les plus proches de la paroi et phase calme. On définit donc une fonction d'intermittence par:

$$I(\tau) = \begin{cases} 1; & Z > Z_s, & \text{phase des apports} \\ 0; & Z_s \geq Z \geq -Z_e, & \text{phase calme} \\ -1; & Z < -Z_e, & \text{phase des éjections} \end{cases} \quad (7.10)$$

Dans le cas général, Z peut être une combinaison des conditions et Z_s peut être différent de Z_e . Il faut aussi souligner que le critère Z est utilisé à déclencher la fonction d'intermittence, c'est-à-dire à définir les conditions pour le changement de valeur de $I(\tau)$ de 0 à 1 et de 0 à -1. Parce que la fréquence d'échantillonnage n'est pas fixée, il faut aussi déterminer les conditions d'interception de la fonction d'intermittence, c'est-à-dire définir où $I(\tau)$ redevient nul. Il est bien évident qu'en général ces conditions peuvent être différentes des conditions de déclenchement de $I(\tau)$.

WALLACE, ECKELMANN & BRODKEY (1972) ont étudié différentes pha-

ses intermittentes dans les couches pariétales, en employant une sonde à fils croisés, et ils ont trouvé que les fluctuations de la tension de Reynolds, $u_1 u_2$,

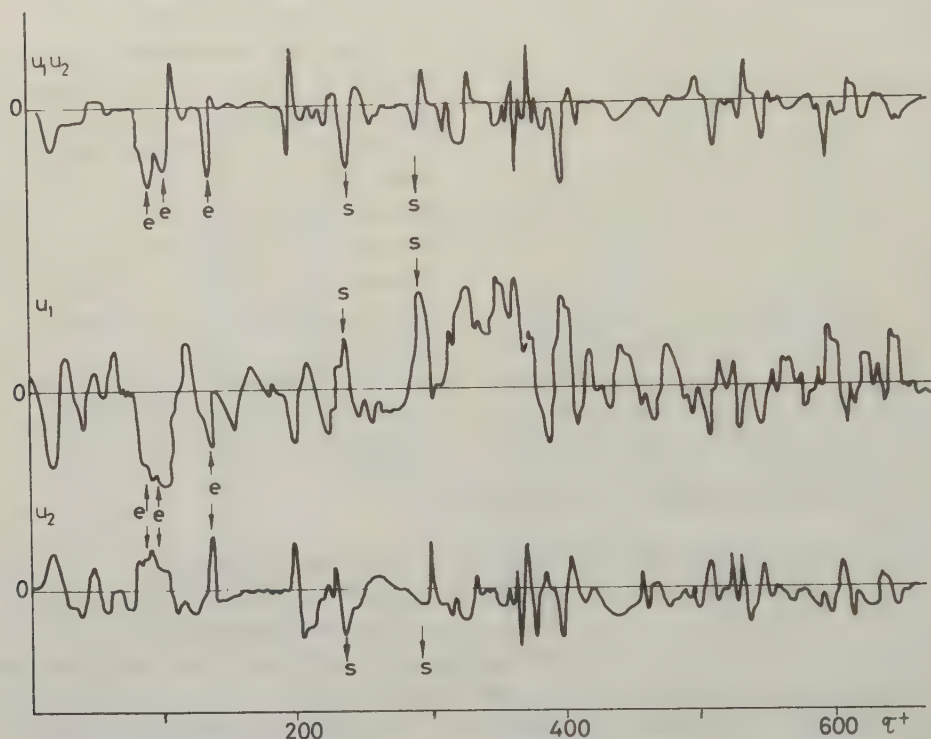


Fig. 7.14 - Signaux simultanés de $u_1 u_2$, u_1 et u_2 , (WALLACE, ECKELMANN & BRODKEY, 1972). e, Ejections; s, apports.

donnent une bonne indication d'intermittence. Sur la figure 7.14, on a reproduit les signaux simultanés de $u_1 u_2$, u_1 et u_2 tirés de leur étude. On voit que les fluctuations négatives et de grande amplitude de $u_1 u_2$ apparaissent comme résultat de grandes amplitudes négatives de u_1 combinées à de grandes amplitudes positives de u_2 , ce qui correspond à des éjections intermittentes (marqués "e" sur la figure 7.14). Ou bien elles peuvent se produire comme résultat de grandes amplitudes positives de u_1 combinées à de grandes amplitudes négatives de u_2 , ce qui correspond aux apports intermittents ("s" sur la figure 7.14). Les fluctuations positives de $u_1 u_2$, plus rares, sont interprétées comme résultat des interactions de deux phases intermittentes. Il est également important de noter que les grandes amplitudes de u_1 et de u_2 sont accompagnées de gradients de vitesse par rapport au temps appréciables. Cette effet a déjà été signalé dans les études d'intermittence aux frontières libres (voir par exemple HEDLEY & KEFFER, 1973) aussi bien que dans le cas des couches pariétales, par BLACKWELDER & KAPLAN (1972) et ZARIĆ (1972 a, 1972 d). En effet, les grandes valeurs de variance $\bar{k}^2$ (paragraphe 7.2) correspondent aux grandes valeurs de (du/dr) .

En accord avec ce qu'on a dit plus haut, on a pris, comme l'un des critères Z qui définissent le déclenchement de $l(\tau)$, le produit:

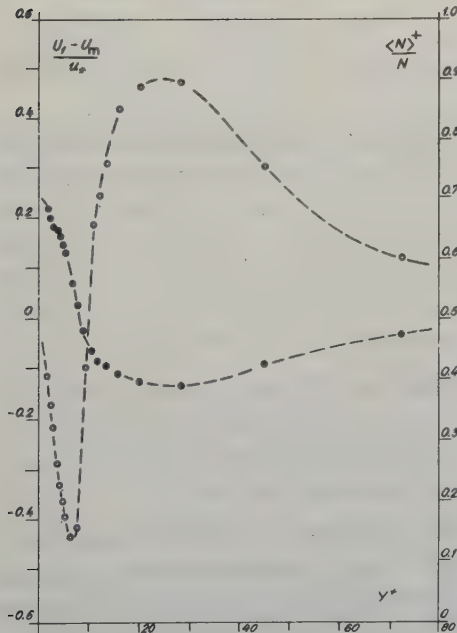
$$Z_1 = (u - U_m) (du/dr) \quad (7.11)$$

où U_m , d'après la discussion faite au paragraphe 4.2, n'est pas obligatoirement la vitesse moyenne U_1 mais, peut être, la vitesse la plus probable U_{mp} ou une vitesse comprise entre U_1 et U_{mp} . Alors, si Z_1 est positif et grand et si, en même temps, $(u - U_m)$ et (du/dr) sont positifs on a à faire à des apports de masses de fluide provenant des régions plus éloignées de la paroi tandis que si $(u - U_m)$ et (du/dr) sont négatifs il s'agit d'éjections de masses de fluide provenant des couches les plus proches de la paroi. Pour inclure les phases intermittentes qui peuvent être déclenchées au moment où $(u - U_m)$ et (du/dr) sont de signes différents, on a pris, comme un critère additionnel:

$$Z_2 = (du/dr) \quad (7.12)$$

Alors, on a $l(\tau) = 1$, quand $Z_1 > Z_{1s}$ (avec $u - U_m$ et du/dr positifs), ou quand $Z_2 > Z_{2s}$ et on a $l(\tau) = -1$ quand $Z_1 > Z_{1e}$ (avec $u - U_m$ et du/dr négatifs), ou quand $Z_2 < -Z_{2e}$, avec:

$$\begin{aligned} Z_{1s} &= a_{1s} K K' ; & Z_{1e} &= a_{1e} K K' \\ Z_{2s} &= a_{2s} K' ; & Z_{2e} &= a_{2e} K' \end{aligned} \quad (7.13)$$



Le produit Z_1 dépend du choix de U_m . Pour une distribution choisie de U_m , représentée sur la figure 7.15, on a fait l'échantillonnage conditionnel des signaux, une seule condition étant le signe de $(u - U_m)$. Sur cette figure, se trouvent en fonction de Y^+ , les résultats sur les nombres conditionnels des fluctuations de $(u - U_m)$ positives, $\langle N \rangle^+ / N$, où $N = 120,000$ est le nombre total des valeurs digitales. Près de la paroi, les fluctuations positives sont plus nombreuses, tandis que dans la région logarithmique, ce sont les fluctua-

Fig. 7.15 - Différence $u_1 - U_m$ (O) et nombre des fluctuations positives, $\langle N \rangle^+ / N$ (●).

tions négatives qui sont plus nombreuses. Sur la figure 7.16 sont données, en fonction de γ^+ , les valeurs quadratiques moyennes du produit Z_1 pour des valeurs de $(u - U_m)$ positives :

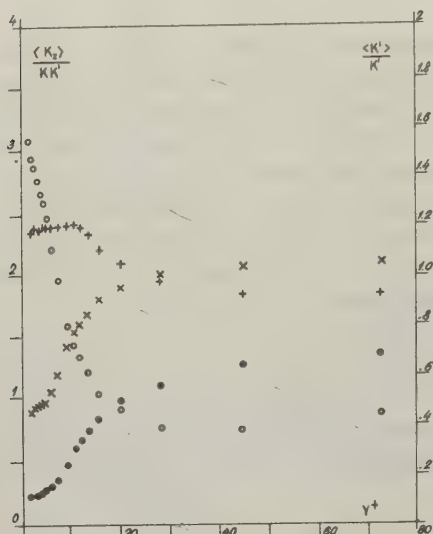


Fig. 7.16 - Intensités conditionnelles des fluctuations de Z_1 et des dérivées de vitesse $du/d\tau$. O, $\langle K_z \rangle^+ / K K'$; ●, $\langle K_z \rangle^- / K K'$; +, $\langle K' \rangle^+ / K'$; x, $\langle K' \rangle^- / K'$.

$$\langle K_z \rangle^+ = \sqrt{\langle Z_1 \rangle^2} ; \quad u - U_m \geq 0 \quad (7.14)$$

et pour des valeurs de $(u - U_m)$ négatives :

$$\langle K_z \rangle^- = \sqrt{\langle Z_1 \rangle^2} ; \quad u - U_m < 0 \quad (7.15)$$

Sur la même figure, on a représenté les valeurs quadratiques moyennes conditionnelles par rapport au signe de $(u - U_m)$ des fluctuations de $(du/d\tau)$:

$$\langle K' \rangle^+ = \sqrt{\langle du/d\tau \rangle^2} ; \quad u - U_m \geq 0 \quad (7.16)$$

$$\langle K' \rangle^- = \sqrt{\langle du/d\tau \rangle^2} ; \quad u - U_m < 0 \quad (7.17)$$

on voit que les caractéristiques statistiques des fluctuations de Z_1 sont très différentes suivant que les valeurs de $u - U_m$ sont positives ou négatives, en particulier très près de la paroi. Ces caractéristiques varient également beaucoup avec γ^+ . Il en est de même pour les fluctuations de $(du/d\tau)$.

Sur la figure 7.17 sont données les distributions de probabilité conditionnelle de produit Z_1 pour trois distances à la paroi. On peut voir que le paramètre Z_1 est un bon indicateur de l'intermittence, puisque ces distributions se caractérisent par des valeurs du coefficient d'aplatissement extrêmement élevées;

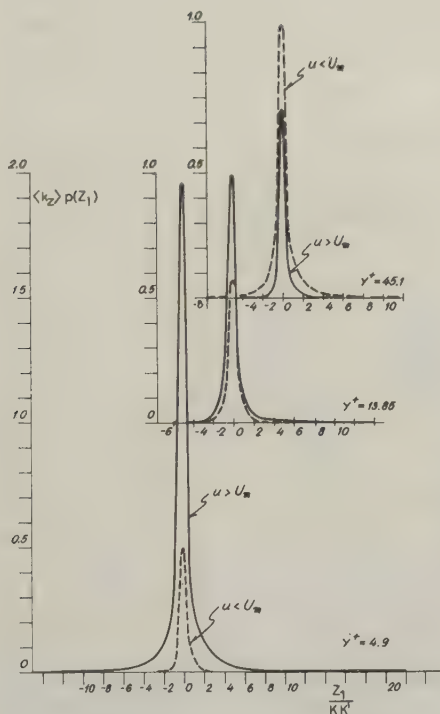


Fig. 7.17 - Distributions de probabilité de Z_1 pour différentes distances à la paroi.

De même, il faut que $a_{2s}(Y^+) \neq a_{2e}(Y^+)$. Cependant, l'analyse ne donne pas les indications claires sur les valeurs particulières à prendre.

Il faut aussi définir les conditions pour lesquelles la fonction d'intermittence une fois déclenchée ne change pas sa valeur. Il est naturel de supposer que, si, par exemple $l(\tau) = 1$, la fonction d'intermittence conserve cette valeur tant que $(du/d\tau)$ est positif. Il est naturel de ne pas intercepter $l(\tau)$ tant que $(u - U_m)$ reste au-dessus d'une certaine valeur ($u - U_m > a_3 K$). On a aussi évité le cas d'interception de $l(\tau)$ par de petites fluctuations produites par hasard ($|du/d\tau| < a_4 K'$). Finalement, on ne change pas la valeur de $l(\tau)$ quand $(u - U_m)$ tend vers zéro tant que $Z_1 < a_5 K K'$ (fig. 7.18).

On a donc trois conditions d'interception de $l(\tau)$:

$$Z_3 = u - U_m ; \quad Z_4 = du/d\tau ; \quad Z_5 = Z_1 \quad (7.18)$$

avec :

$$Z_{3s} = a_{3s} K ; \quad Z_{4s} = a_{4s} K' ; \quad Z_{5s} = a_{5s} K K' \quad (7.19)$$

$$Z_{3e} = a_{3e} K ; \quad Z_{4e} = a_{4e} K' ; \quad Z_{5e} = a_{5e} K K'$$

soit dit puisque la plupart du temps les fluctuations de Z_1 sont très faibles. On voit aussi que les distributions de probabilité sont très différentes suivant que l'on a $u > U_m$ ou $u < U_m$ et qu'elles changent en fonction de Y^+ . Très près de la paroi ($Y^+ = 4,9$) on voit des fluctuations positives de Z_1 de grande amplitude (jusqu'à $a_{1s} = 24$) pour $u > U_m$, ce qui indique de grandes amplitudes positives de $(du/d\tau)$. Dans la région logarithmique, on observe aussi des fluctuations positives de Z_1 de grande amplitude, mais avec $u < U_m$, ce qui indique de grandes amplitudes négatives de $(du/d\tau)$. Les amplitudes négatives sont également appréciables bien que la dissymétrie des fluctuations de Z_1 pour $u < U_m$ soit toujours moins prononcée que la dissymétrie des fluctuations pour $u > U_m$. D'ailleurs, on a vu (fig. 5.4) que le coefficient de dissymétrie de $(du/d\tau)$ est toujours positif. Cette analyse montre qu'il faut $a_{1s} \neq a_{1e}$, et que les deux valeurs sont variables en fonction de

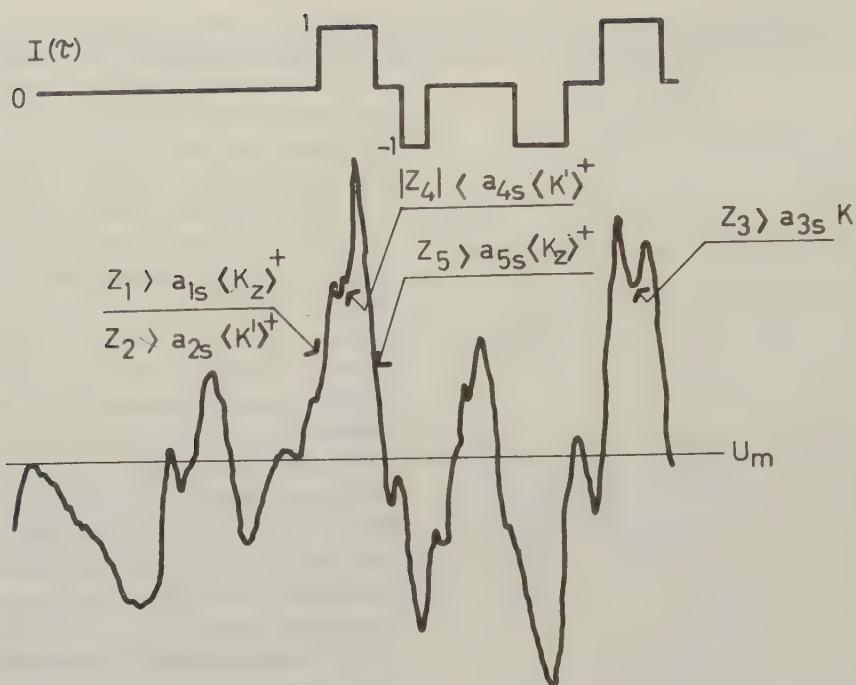


Fig. 7.18 - Schéma de principe d'échantillonnage conditionnel stochastique

Nous sommes donc en présence de cinq conditions (a_1 , a_2 , a_3 , a_4 et a_5) pour chaque des phases intermittentes. Le programme de calcul qu'on a établi devient compliqué et le temps nécessaire pour faire une optimisation de tous ces paramètres devient très long. Cela provient du fait qu'on ne dispose que du signal d'un seul fil chaud. Il faut cependant, remarquer que dans la plupart des écoulements, il n'est pas possible d'utiliser deux fils; et même quand celà est possible (écoulement d'huile), il est difficile d'interpréter les signaux dans des conditions où le gradient de vitesse est élevé.

Après une certaine optimisation, quand même incomplète, on a essayé de faire une analyse au moyen de la combinaison suivante des paramètres:

$a_1 / < K_z >$	$a_2 / < K' >$	a_3	$a_4 / < K' >$	a_5
0,8	4	2	0,6	-0,3

avec: $a_{1e} = a_{1s} = a_1$; $a_{2e} = -a_{2s} = -a_2$; $a_{3e} = -a_{3s} = -a_3$;

$a_{4e} = a_{4s} = a_4$ et $a_{5e} = a_{5s} = a_5$.

On prend $< K_z >^+$ et $< K' >^+$ pour $I(\tau) = 1$ et $< K_z >^-$ et $< K' >^-$ pour $I(\tau) = -1$. Les résultats plus complets sont publiés (ZARIĆ, 1973); on présente sur la figure 7.19 seulement les résultats à $Y^+ = 13,85$. Les différentes

distributions de probabilité sont marquées de la même façon que sur la figure 7.13. Il est clair que la séparation des différentes phases intermittentes est beaucoup mieux faite que dans le cas d'un échantillonnage cyclique. La distribution de probabilité correspondant aux périodes calmes (courbe 4) devient

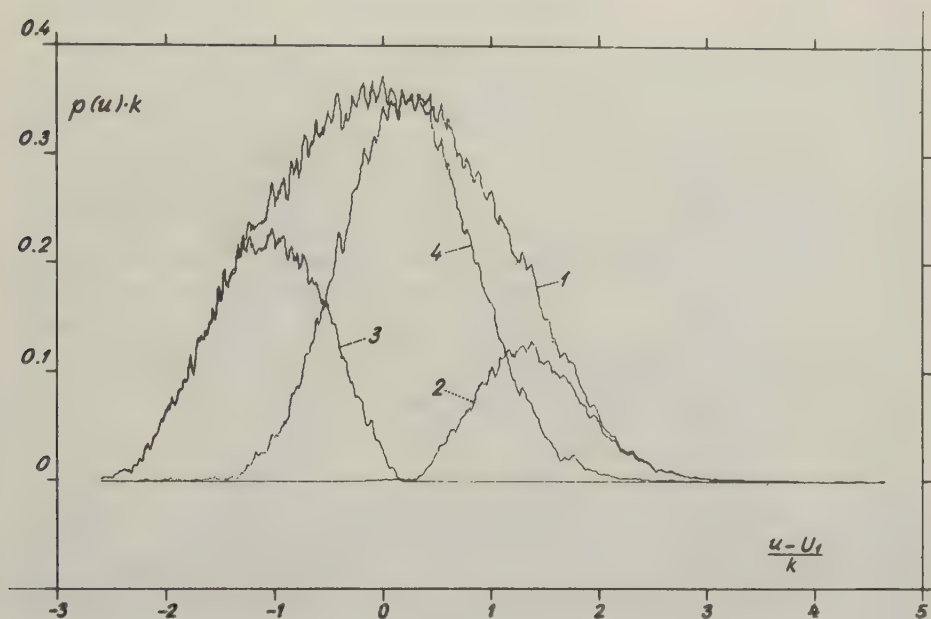


Fig. 7.19 - Séparation des phases intermittentes à $Y^+ = 13,9$ par échantillonnage conditionnel stochastique (résultats préliminaires).

presque gaussienne. On voit qu'on peut expliquer maintenant l'allure très irrégulière de la distribution de probabilité du signal complet (courbe 1) par la superposition de différentes phases et que les phases intermittentes (courbes 2 et 3) sont responsables des fluctuations de grande amplitude. On a donc réussi à séparer les phases intermittentes par l'échantillonnage conditionnel stochastique, mais seulement pour des distances à la paroi inférieures à $Y^+ = 15$.

On a essayé d'améliorer d'avantage les conditions d'échantillonnage afin d'obtenir une meilleure séparation des phases différentes. Tout d'abord on a trouvé qu'il faut introduire une condition additionnelle de déclenchement de $l(\tau)$ afin d'obtenir la séparation des phases pour les points plus éloignés de la paroi ($Y^+ > 15$):

$$Z_6 = u - U_m \quad (7.20)$$

avec $Z_{6s} = a_{6s} K$ et $Z_{6e} = a_{6e} K$. Ensuite, on a modifié la condition Z_5 ,

$$Z_5 = (u - U_m - b K) (du/dr), \quad (7.21)$$

avec $b = b_s > 0$, pour $l(\tau) = 1$ et $b = b_e < 0$ pour $l(\tau) = -1$. On a donné sur la figure 7.20 le programme de calcul.

On a aussi essayé de mieux définir les critères d'optimisation des paramètres d'échantillonnage. On suppose que les distributions de probabilité correspondant aux périodes calmes doivent être gaussiennes, si l'on remarque qu'il s'agit des distribution d'intensité du vecteur-vitesse (paragraphe 4,3). Ceci

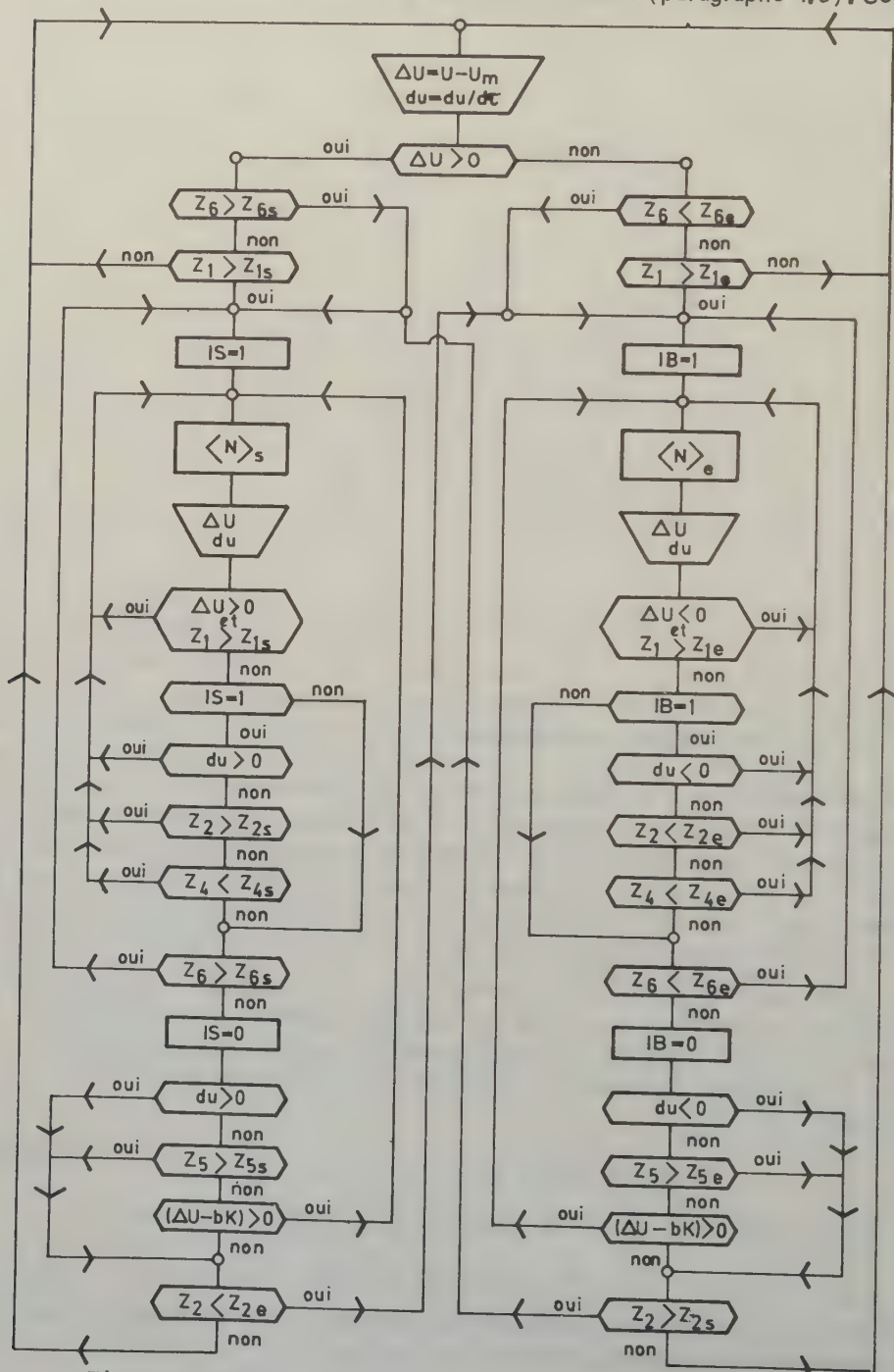


Fig. 7.20 - Programme de calcul pour échantillonnage conditionnel.

est équivalent à l'hypothèse que, la plupart du temps, le champ de vitesse est gaussien et que seuls les phénomènes intermittents conduisent aux distributions non-gaussiennes que l'on observe (voir, à ce sujet, SPIEGEL, 1972 et DUHAMEL & PY, 1972).

7.4. RESULTATS

Comme l'on a déjà indiqué le programme de calcul devient assez compliqué à cause du nombre des conditions à satisfaire. Pour cette raison le temps de calcul dans le calculateur devient important. Par exemple, pour une seule combinaison des différents paramètres et pour un seul signal, il faut environ une minute de calcul dans le calculateur CDC-3600. Avec un grand nombre de paramètres, qu'il faudrait optimiser le coût du calcul devient prohibitif pour une optimisation complète. On n'a donc fait qu'une optimisation assez partielle. Les combinaisons des paramètres utilisés dans l'analyse définitive sont données en fonction de Y^+ dans le tableau 7.1.

Les résultats d'analyse par échantillonnage conditionnel des signaux dans la sous-couche visqueuse sont illustrés sur la figure 7.21 pour $Y^+ = 4,88$.

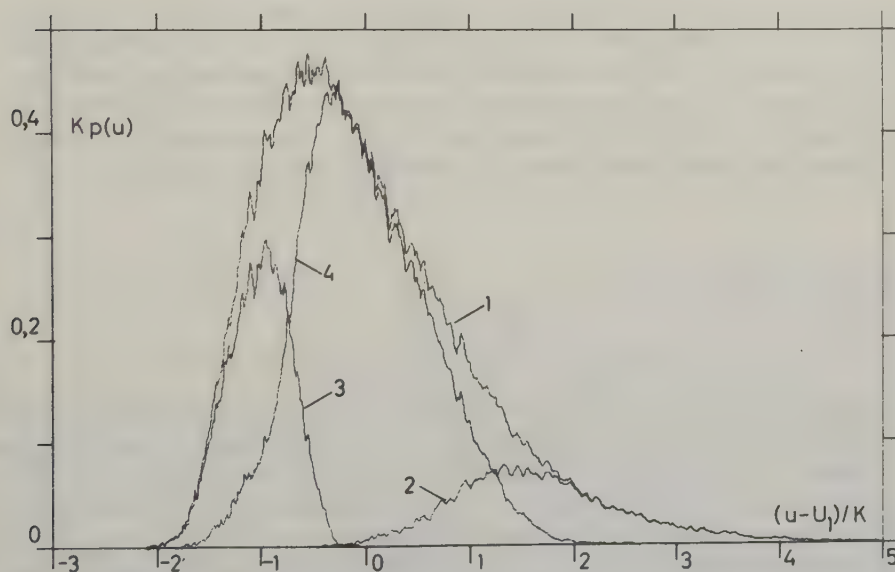


Fig. 7.21 - Séparation des phases intermittentes, à $Y^+ = 4,9$ par l'échantillonnage conditionnel en écoulement isotherme.

Les différentes distributions de probabilité, sont marquées de la même façon que sur la figure 7.19. On voit que la phase intermittente des arrivées de masses de fluide provenant des régions éloignées de la paroi (courbe 2) conduit aux grandes amplitudes présentes dans le signal total (courbe 1). La contribution de la phase intermittente des éjections de masses de fluide provenant

Tableau 7.1.

Y^+	4,9	12,1	20,3	72,8
$(U_1 - U_m) / K$	0,08	0	0	0
$a_{1s} / < K_z >^+$	0,8	0,75	0,65	0,65
$a_{2s} / < K' >^+$	2,5	2,5	2,5	2,5
a_{3s}	2,0	1,75	1,5	1,5
$a_{4s} / < K' >^+$	0,6	0,6	0,6	0,6
$a_{5s} / < K_z >^+$	0,4	0,42	0,48	0,5
b_s / a_{3s}	0,18	0,15	0,1	0,1
$a_{1e} / < K_z >^-$	1,5	0,85	0,65	0,65
$a_{2e} / < K' >^-$	2,5	2,5	2,5	2,5
a_{3e}	1,5	1,65	2,0	2,0
$a_{4e} / < K' >^-$	0,6	0,6	0,6	0,6
$a_{5e} / < K_z >^-$	0,6	0,47	0,45	0,4
b_e / a_{3e}	0,2	0,275	0,35	0,5

de régions les plus près de la paroi (courbe 3) est aussi appréciable mais les distributions de probabilité correspondantes sont beaucoup moins étalées que celles des apports. La distribution de probabilité correspondant aux périodes calmes, devient beaucoup moins dissymétrique que la distribution de probabilité du signal total; il faut tenir compte du fait qu'il s'agit du signal d'intensité du vecteur-vitesse en condition d'une intensité élevée de la turbulence,

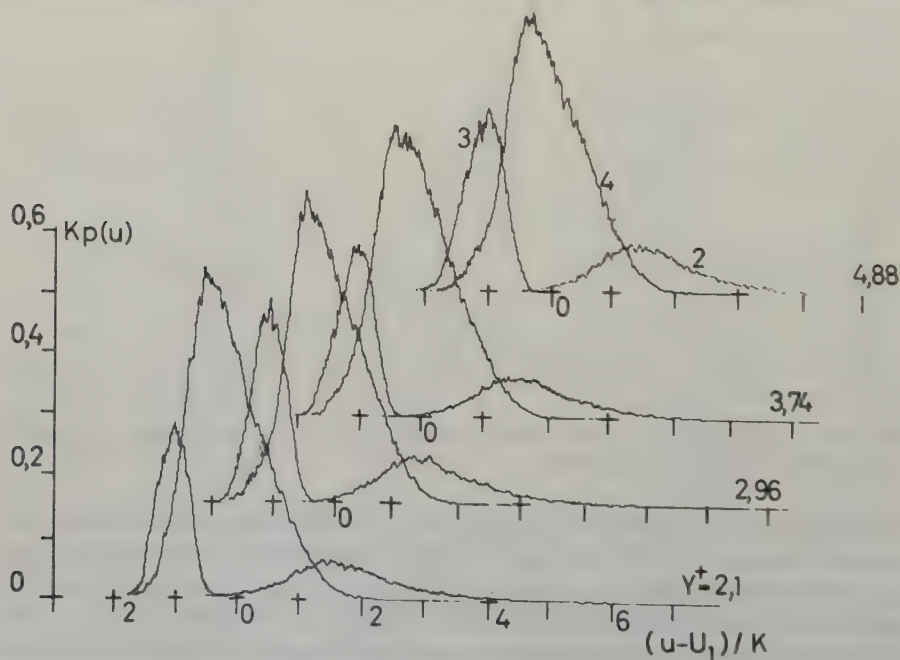


Fig. 7.22 - Distributions de probabilité des différentes phases dans la sous-couche visqueuse.

Sur la figure 7.22 sont données en fonction de γ^+ les distributions de probabilité des trois phases constituant le signal total, toujours rapportées à K , à l'intérieur de la sous-couche visqueuse. On voit que l'importance de deux phases intermittentes (courbes 2 et 3) devient de plus en plus prononcé quand on s'éloigne de la paroi.

La séparation des différentes phases dans la couche intermédiaire est illustrée sur la figure 7.23, dans le cas de $\gamma^+ = 15,73$. La distribution de proba-

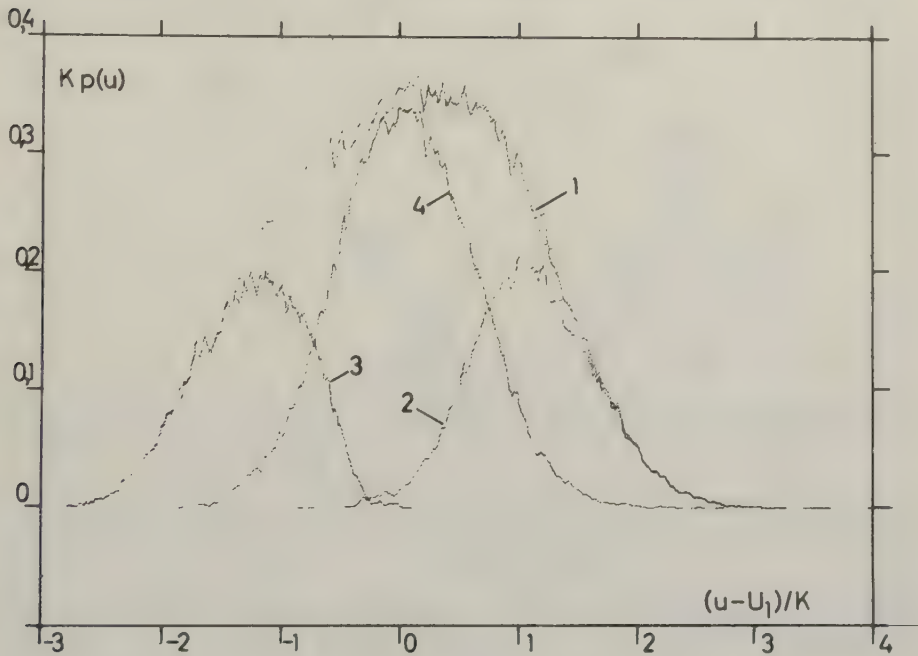


Fig. 7.23 - Séparation des phases intermittentes, à $\gamma^+ = 15,7$.

bilité correspondant aux périodes calmes est presque gaussienne à cette distance de la paroi puisque l'intensité de turbulence est inférieure à celle dans la sous-couche (voir figure 4.11). La distributions de probabilité des différentes phases dans la couche intermédiaire, de $\gamma^+ = 7,81$ à $\gamma^+ = 15,73$ sont données sur la figure 7.24. On voit que la participation de la phase des éjections reste presque la même dans cette région tandis que la participation de la phase des apports continue à croître. Sur la figure 7.25 on a représenté la séparation des différentes phases dans la région ($\gamma^+ = 28,2$) où la distribution de probabilité correspondant au signal total (courbe 1) est étalée dans le sens négatif des fluctuations. A l'aide de conditions additionnelles discutées dans le paragraphe 7.3, on a réussi de séparer les phases d'une manière satisfaisante pour ces signaux aussi. On voit que les deux phases intermittentes sont de même ordre d'importance mais que la variance de la phase des éjections (courbe 3) est plus grande.

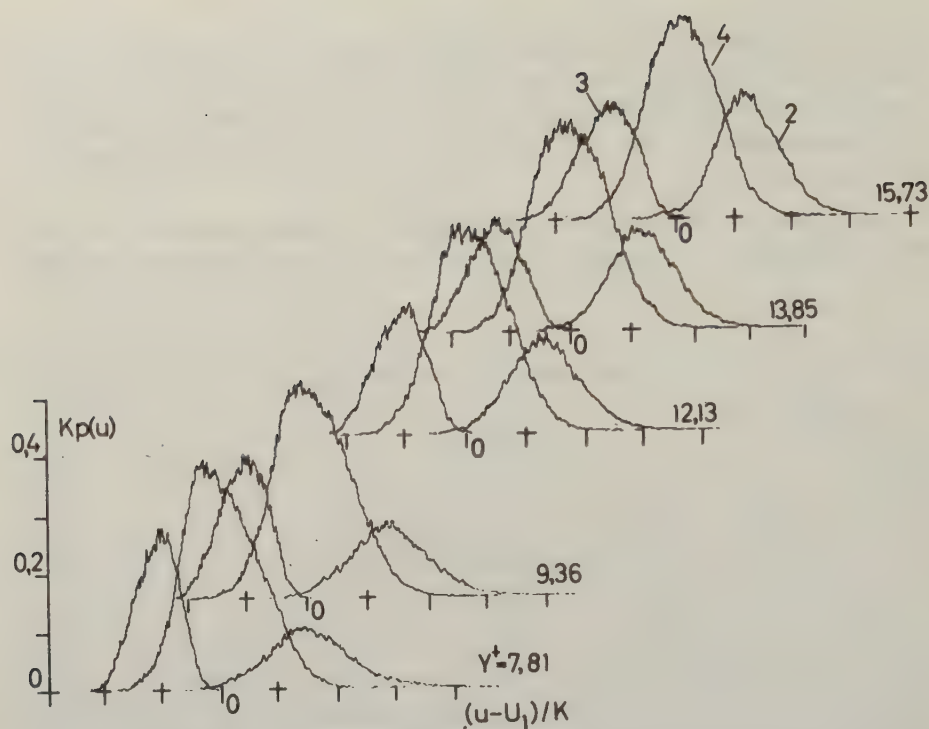


Fig.7.24-Distributions de probabilité des différentes phases dans la couche intermédiaire.

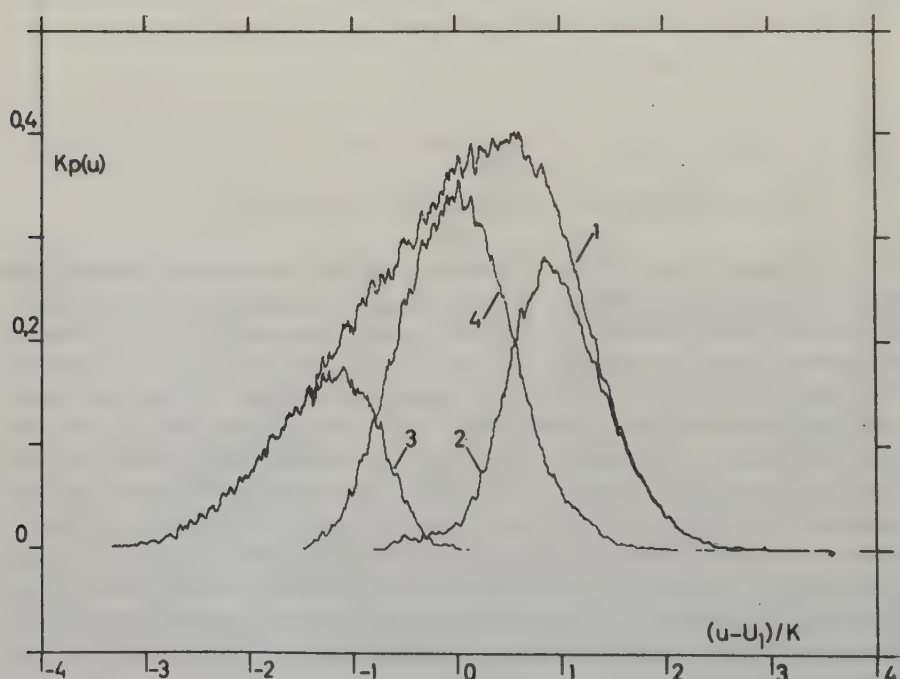


Fig. 7.25 - Séparation des phases intermittentes, à $Y^+ = 28,2$.

On a fait aussi l'analyse par échantillonnage conditionnel des signaux des fluctuations de température en écoulement non-isotherme. On a choisi les mêmes combinaisons de paramètres d'échantillonnage, en fonction de Y^+ , que dans le cas des vitesses en écoulement isotherme (tableau 7.1). La séparation des différentes phases, en cas des fluctuations de température pour $Y^+ = 4,39$ est représentée sur la figure 7.26 et les distributions de probabilité des différentes phases, à l'intérieur de la sous-couche visqueuse, sont données sur la figure 7.27. La séparation des phases à $Y^+ = 11,6$ est représentée sur la figure 7.28. On trouve les mêmes allures des distributions de probabilité des différentes phases que dans le cas des fluctuations de vitesse en écoulement isotherme, pour les mêmes Y^+ .

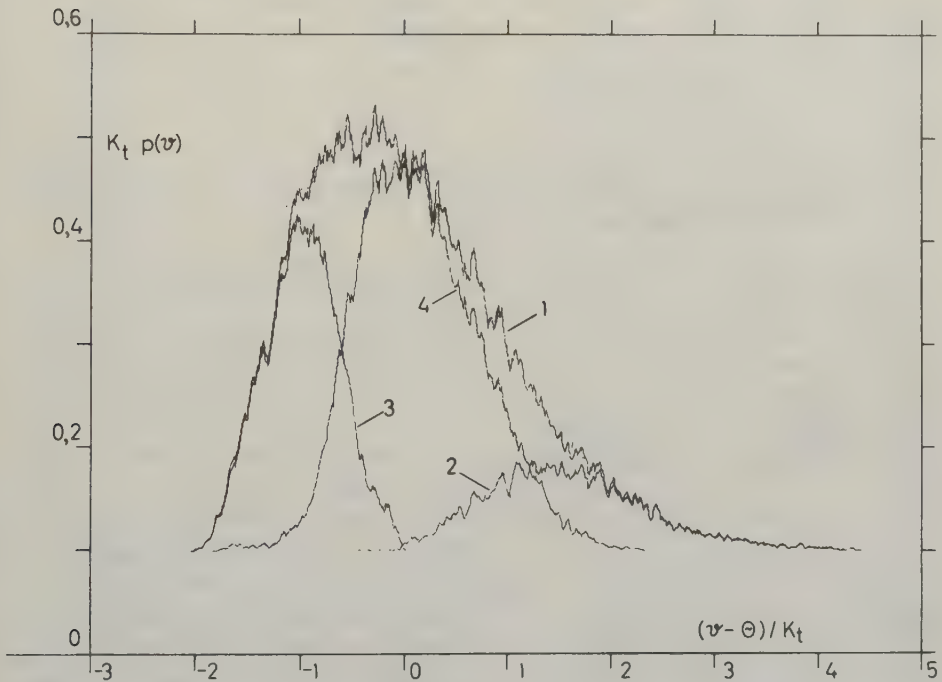


Fig. 7.26 - Séparation des phases intermittentes dans le cas du signal de température, à $Y^+ = 4,4$.

Les caractéristiques statistiques des distributions de probabilité des différentes phases sont données sur les figures 7.29 à 7.32. Sur la figure 7.29 on a donné les répartitions des vitesses moyennes des différentes phases, rapportées à la vitesse moyenne sur l'axe du conduit U_o . Sur la même figure sont représentées les différences des vitesses entre les vitesses moyennes des phases intermittentes et la vitesse moyenne de la phase calme ($U_s - U_c$) et ($U_c - U_e$), rapportées à la vitesse sur l'axe U_o . Les répartitions des différences de vitesse ont des maximums dans la couche intermédiaire; mais le maximum de la ($U_s - U_c$) pour la phase des apports est plus rapproché de la paroi ($Y^+ = 6$ à 12) que le maximum de la ($U_c - U_e$) pour la phase des éjections ($Y^+ \simeq 15$).

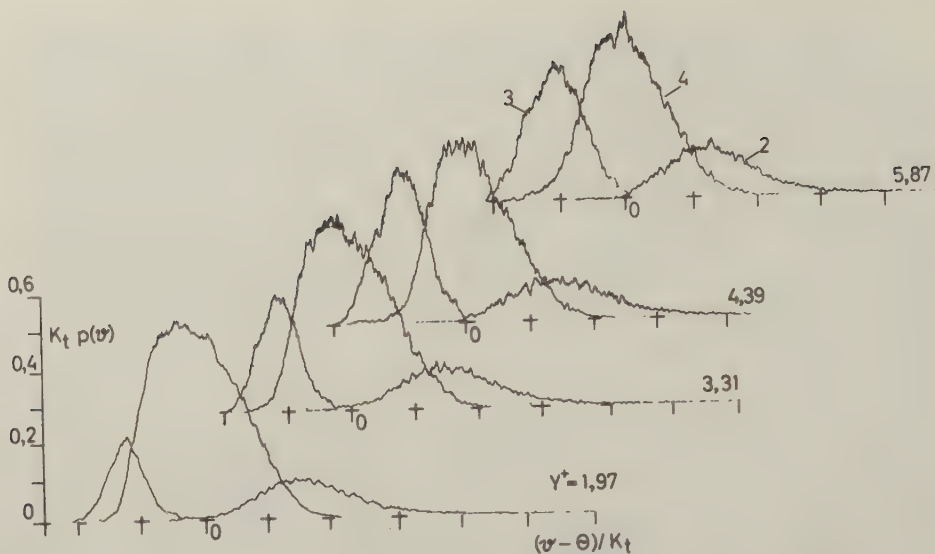


Fig. 7.27 - Distributions de probabilité des différentes phases dans la sous-couche visqueuse dans le cas des signaux de température.

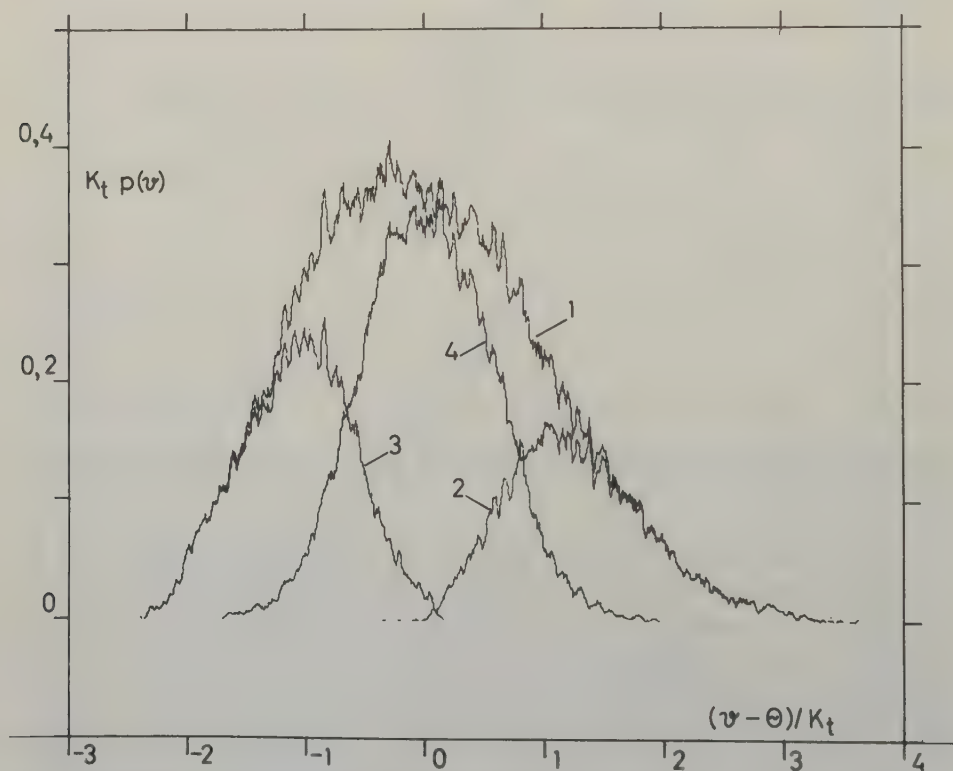


Fig. 7.28 - Séparation des phases intermittentes dans le cas du signal de température, à $\gamma^+ = 11,6$.

Les répartitions des valeurs quadratiques moyennes des différentes phases, en fonction de Y^+ , rapportées à la vitesse de frottement, U_* , sont représentées sur la figure 7.30. La distribution de K_s/U_* correspondant à la phase

des apports est au maximum à peu près à la même distance de la paroi que la distribution correspondante de la différence des vitesses moyennes, $U_s - U_c$. La distribution de K_e/U_* correspondant à la phase des éjections, a un maximum très aplati dans une région plus éloignée de la paroi ($Y^+ = 30$ à 50). La distribution de K_c/U_* , correspondant à la phase calme, suit la distribution correspondant à la phase intermittente des apports. Les distributions correspondant aux fluctuations de température, rapportées à la températures de frottement θ_* , sont données aussi sur la figure 7.30.

Les répartitions de coefficients de dissymétrie et d'aplatissement, S et F , correspondant aux différentes phases sont représentées sur les figures 7.31 et 7.32, respectivement. Les valeurs de coefficient de dissymétrie correspondant à la phase calme deviennent très voisines de zéro, à partir de $Y^+ = 40$. Les valeurs des coefficients de dissymétrie correspondant à la phase des éjections sont beaucoup moins élevées que les valeurs correspondant à la phase des apports. Sur la figure 7.32 on voit que les valeurs du coefficient d'aplatissement correspondant à la phase calme sont toujours voisines de 3, et presque égales à 3 à partir de $Y^+ = 40$. Les valeurs correspondant à la phase des éjections sont plus voisines de la valeur gaussienne que celles qui correspondent à la phase des apports.

On peut calculer les facteurs d'intermittence, γ , correspondant aux différentes phases; c'est-à-dire les fractions de durée totale du signal relatives aux différentes phases:

On peut calculer les facteurs d'intermittence, γ , correspondant aux différentes phases; c'est-à-dire les fractions de durée totale du signal relatives aux différentes phases:

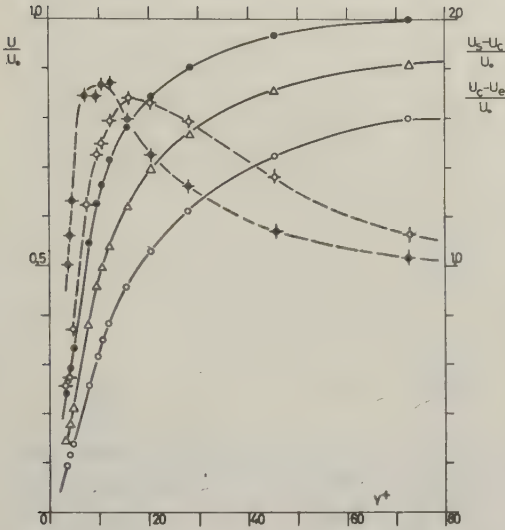


Fig. 7.29 - Vitesses moyennes des différentes phases. Δ , U_c ; $\bullet$, U_s ; $\circ$, U_e ; $\blacklozenge$, $(U_s - U_c)/U_o$; $\circ\blacklozenge$, $(U_c - U_e)/U_o$.

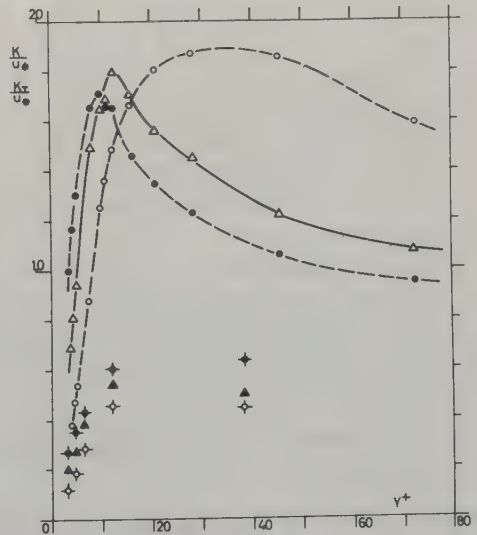


Fig. 7.30 - Intensités des fluctuations des différentes phases. Δ , K_c/U_* ; $\bullet$, K_s/U_* ; $\circ$, K_e/U_* ; $\blacklozenge$, K_{ts}/θ_* ; $\circ\blacklozenge$, K_{te}/θ_* .

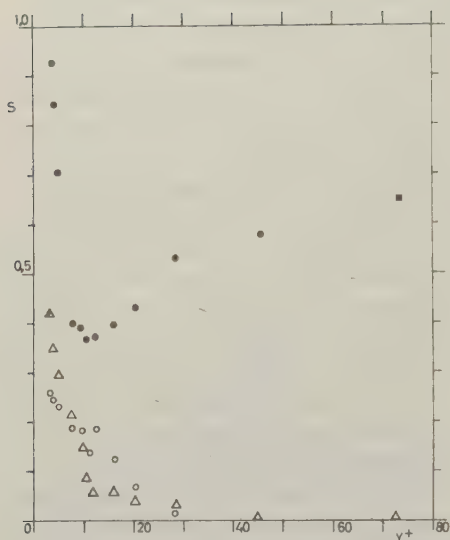


Fig. 7.31 - Coefficients de dissymétrie des différentes phases. Δ , s_c ; $\bullet$, s_s ; $\circ$, s_e .

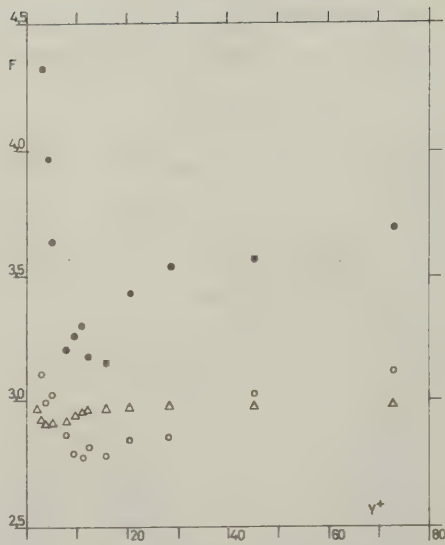


Fig. 7.32 - Coefficients d'aplatissement des différentes phases. Δ , F_c ; $\bullet$, F_s ; $\circ$, F_e .

$$\gamma_i = \langle l(\tau) \rangle_i = \tau_{ti} / \tau_t \quad (7.22)$$

Avec γ_s pour les apports, γ_e pour les éjections et γ_c pour la phase calme on a:

$$\gamma_s + \gamma_e + \gamma_c = 1 \quad (7.23)$$

Les facteurs d'intermittence, γ_s , γ_e et γ_c sont donnés sur la figure 7.33 en fonction de γ^+ . La plupart du temps, l'écoulement se trouve dans un état peu perturbé, appelé "calme". Les deux phases intermittentes perturbent le plus l'écoulement dans la couche intermédiaire où elles sont présentes pendant environ 28% du temps, chacune. Plus près de la paroi, la phase intermittente des apports de masses de fluide provenant des régions éloignées de la paroi est de moins à moins présente tant que l'on s'approche de la sous-couche visqueuse où sa présence est de l'ordre de 10%. Le temps de présence de la phase intermittente des éjections croît rapidement dans la sous-couche avec la distance de la paroi et sa présence s'établit au niveau de 28% au bord de cette couche. Sur la même figure sont représentés les facteurs d'intermittence correspondant aux fluctuations de température. On voit qu'ils sont les mêmes que dans le cas des fluctuations de vitesse.

On a aussi calculé les fréquences moyennes, f_i , d'apparition des phases intermittentes:

$$f_i = 1 / \tau_i \quad (i = s, e, c) \quad (7.24)$$

La période moyenne entre deux événements appartenant à la même phase est donnée par:

$$\overline{r_i} = r_t / N_i \quad (7.25)$$

avec N_i , nombre des événements d'une certaine catégorie pendant la durée totale du signal, r_t .

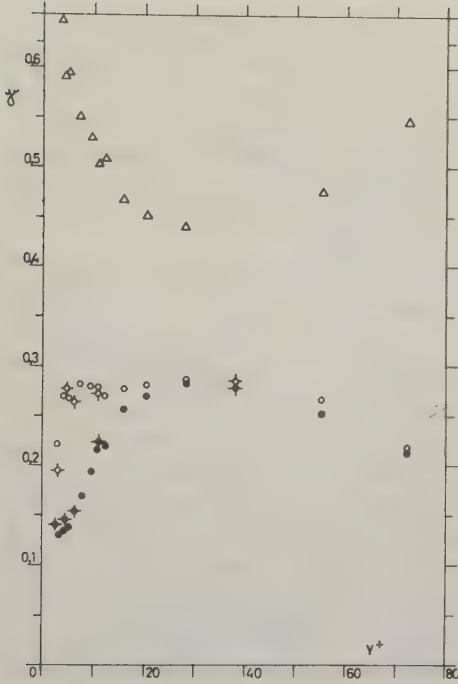


Fig. 7.33 - Facteurs d'intermittence des différentes phases. Δ , γ_c ; $\bullet$, γ_s ; $\circ$, γ_e , $\blacklozenge$, γ_{ts} ; $\diamond$, γ_{te} .

Les fréquences moyennes des deux phases intermittentes, dans l'écoulement isotherme et dans l'écoulement non-isotherme, sont données sur la figure 7.34.

Les deux fréquences ont la même valeur pour $\gamma^+ = 10$; vers la paroi, la fréquence des éjections s'établit à un niveau d'environ 150 Hz, tandis que la fréquence des apports continue à diminuer et s'établit au niveau de 100 Hz dans la sous-couche visqueuse. Plus loin de la paroi, la fréquence des apports est plus élevée que la fréquence des éjections. Ces résultats sont en accord avec les données de BRODKEY WALLACE & ECKELMANN (1973). La valeur de 150 Hz, pour la fréquence des éjections très près de la paroi est en très bon accord avec la valeur trouvée à partir de l'analyse harmonique (paragraphe 6.2). Par contre il est presque impossible de détecter la fréquence des apports par l'analyse harmonique. Les durées moyennes des événements intermittentes $\Delta \overline{r_i}$, rapportés à l'échelle du temps, ν / U_*^2 , sont aussi données sur la figure 7.34, avec:

$$\Delta \overline{r_i} = \gamma_i \overline{r_i} \quad (7.26)$$

On peut s'apercevoir des contributions respectives des différentes phases à l'énergie totale de turbulence, à une certaine distance de la paroi, en calculant les variances respectives par rapport à la vitesse moyenne locale, U_1 . On a:

$$K^2 = \gamma_s \sigma_s^2 + \gamma_e \sigma_e^2 + \gamma_c \sigma_c^2 \quad (7.27)$$

avec:

$$\sigma_s^2 = (U_1 - U_s)^2 + K_s^2 = (U_1 - U_s)^2 + \langle (u - U_s)^2 \rangle \quad (7.28)$$

$$\sigma_e^2 = (U_1 - U_e)^2 + K_e^2 = (U_1 - U_e)^2 + \langle (u - U_e)^2 \rangle \quad (7.29)$$

$$\sigma_c^2 = (U_1 - U_c)^2 + K_c^2 = (U_1 - U_c)^2 + \langle (u - U_c)^2 \rangle \quad (7.30)$$

La fraction de la variance du signal total K^2 , appartenant à une certaine phase est donnée par:

$$e_i = \gamma_i (\sigma_i / K)^2 \quad (7.31)$$

Sur la figure 7.35 on a présenté les valeurs de e_s , e_e et e_c en fonction de Y^+ ,

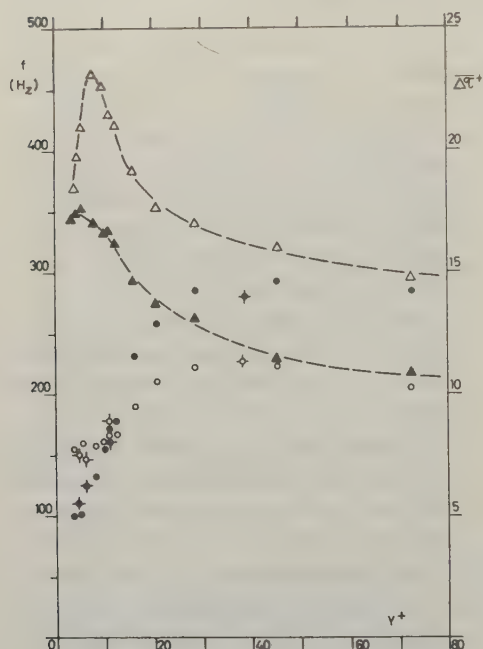


Fig. 7.34 - Fréquences d'apparence des différentes phases et durées moyennes des événements. ●, f_s ; ◆, f_{ts} ; ○, f_e ; ◇, f_{te} ; ▲, $\Delta\tau_s$; △, $\Delta\tau_e$.

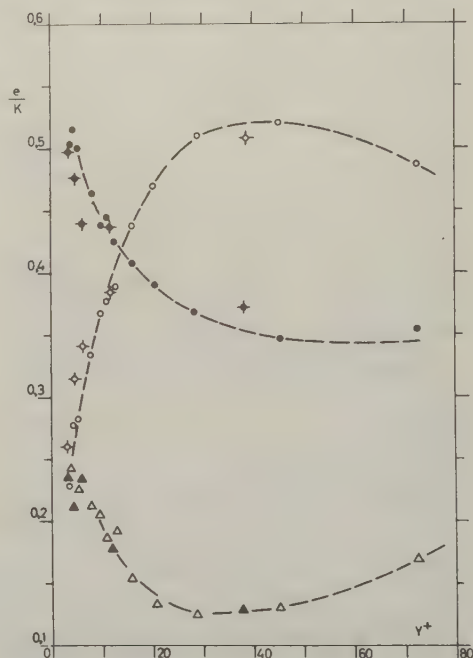


Fig. 7.35 - Contributions à la variance totale des différentes phases. △, e_c ; ▲, e_{tc} ; ●, e_s ; ◆, e_{ts} ; ○, e_e ; ◇, e_{te} .

pour l'écoulement isotherme et l'écoulement non-isotherme. On voit que, dans la couche intermédiaire, les phases intermittentes des éjections et des apports contribuent respectivement pour environ 52 % et 35% à la variance K^2 , tandis que la contribution de la phase calme est seulement d'environ 13%. Au voisinage de $Y^+ = 15$, les contributions des deux phases intermittentes sont les mêmes. Plus près de la paroi la contribution de la phase des apports croît et s'élève à plus de 50% dans la sous-couche, tandis que la contribution de la phase des éjections diminue brusquement. Les contributions des différentes phases à la variance des fluctuations de température K_t^2 , en fonction de Y^+ sont presque les mêmes que dans le cas des vitesses.

CONCLUSIONS

1. Les résultats présentés dans cette étude se rapportent à l'analyse statistique complète des signaux de vitesse et de température, obtenus par un seul fil dans les régions les plus rapprochées de la paroi. En employant la technique digitale, on a fait d'abord l'analyse statistique conventionnelle basée sur les observations de longue durée. On a fait ensuite l'analyse statistique des événements de courte durée en développant une nouvelle technique d'échantillonnage conditionnel utilisable dans les couches pariétales.
2. Dans le cadre de l'analyse statistique conventionnelle on a obtenu les résultats suivants qui permettent d'arriver à un certain nombre de conclusions générales:
 - 2.1. Les résultats qui se rapportent aux distributions de probabilité des fluctuations de vitesse, en fonction de la distance à la paroi, sont en bon accord avec les résultats obtenus par les autres chercheurs, ce qui indique que l'allure de ces distributions est générale pour les couches pariétales. Les distributions de probabilité de vitesse ne sont gaussiennes nulle part dans les couches pariétales, même si l'on tient compte que ce sont les distributions d'intensité du vecteur vitesse. Elles sont très aplaties au milieu de la couche intermédiaire, très étalées dans le sens des vitesses élevées près de la paroi et très étalées dans le sens des vitesses faibles vers l'axe de conduit. L'irrégularité des formes de ces distributions indique l'intermittence des différents mécanismes, ce qui nous a conduit à proposer que la variation de forme des distributions de probabilité de vitesse dans les couches pariétales est la conséquence, d'une part, des arrivées intermittentes de masses de fluide provenant des régions éloignées de la paroi et, d'autre part, des éjections des masses de fluide provenant des zones les plus rapprochées de la paroi.
 - 2.2. A partir des résultats qui se rapportent aux distributions de probabilité des fluctuations de vitesse et de température en écoulement non-isotherme on a trouvé que les distributions de probabilité de vitesse sont très similaires aux distributions de probabilité de différence des températures. Cette similarité devient encore plus prononcée si l'on tient compte de l'influence des fluctuations de température sur le signal de vitesse obtenu par la méthode que nous avons utilisée. A partir de cette méthode on a démontré que les fluctuations de grandes amplitudes de température correspondent aux fluctuations de grandes amplitudes de vitesse. En prenant la température comme marqueur des masses de fluide on arrive à la conclusion que l'étalement des distributions de probabilité de vitesse et

de différence des températures vers les abscisses élevées, pour des distances à paroi très faibles est la conséquence des arrivées intermittentes des masses de fluide de vitesse élevée et de température basse en provenance des couches plus éloignées de la paroi. L'étalement de ces distributions vers les abscisses faibles pour des points plus éloignés de la paroi s'explique comme la conséquence des éjections des masses de fluide de vitesse faible et de température élevée en provenance des couches très voisines de la paroi.

- 2.3. Les résultats qui se rapportent aux distributions de probabilité des dérivées de vitesse et de température par rapport au temps montrent que ces distributions aussi ne sont gaussiennes nulle part dans les couches pariétales. Les valeurs très élevées des coefficients d'aplatissement de ces distributions indiquent la production d'une énergie turbulente de nature intermittente dans les couches pariétales.
- 2.4. L'analyse harmonique, présentée sous forme de spectres unidimensionnels de vitesse et de température ne permet pas de tirer des conclusions nouvelles. Par contre, l'analyse des fonctions d'autocorrélation, pour des décalages temporels longs, démontre clairement l'existence d'événements intermittents, quasi-périodiques. Tout près de la paroi, cette analyse permet de déterminer une période moyenne de ces événements qui est en accord avec celle trouvée par d'autres chercheurs. Cette période est la même pour les signaux de vitesse et les signaux de température. Ceci confirme que tous les échanges turbulents dans les couches pariétales sont dominés par les mêmes événements intermittents.
- 2.5. En résumé l'ensemble des résultats obtenus par l'analyse statistique conventionnelle démontre la présence des deux différentes phases intermittentes dans les couches pariétales. De plus, l'analyse indique que cette intermittence particulière est responsable du comportement de toutes les caractéristiques statistiques des couches pariétales. D'où l'importance des études de l'intermittence pour la compréhension de la structure de la turbulence dans ces couches. Cependant, l'étude quantitative des événements intermittents n'est pas possible par l'analyse statistique conventionnelle parce que ces événements sont masqués par la méthode de détermination des moyennes par des observations de longue durée. Quand il s'agit de mécanismes non-gaussiens, ce qui est évidemment le cas en turbulence pariétale, l'analyse conventionnelle ne suffit pas et il faut développer des procédés plus convenables d'analyse statistique des phénomènes intermittents.
3. L'analyse statistique par échantillonnage conditionnel est un moyen efficace de l'étude des événements intermittents et donc non-gaussiens. L'application de cette analyse dans les études de turbulence pariétale ne fait que débiter.
 - 3.1. On a développé une méthode originale d'échantillonnage conditionnel applicable aux couches pariétales. Le point le plus important est que

cette méthode permet d'identifier séparément les deux phases intermittentes et de les séparer du reste du signal. Nous regrettons de n'avoir eu à notre disposition que le signal d'un seul fil, ce qui a nécessité plusieurs conditions d'échantillonnage et compliqué les calculs.

- 3.2. Toutefois, on a réussi, par cette méthode, à séparer, à toute distance de la paroi, les deux phases intermittentes du signal total. A toutes les distances de la paroi on obtient une distribution de probabilité du signal complet qui se présente comme la résultante de trois distributions de probabilité correspondant aux deux phases intermittentes, des éjections et des apports, et à l'écoulement peu perturbé ou calme. Par ce résultat on explique d'une façon nette l'irrégularité des formes de distributions de probabilité du signal complet aussi bien que l'évolution de ces formes à travers les couches pariétales.
- 3.3. Les comportements statistiques des deux phases intermittentes sont différentes. Le facteur d'intermittence de la phase des apports, aussi bien que sa fréquence, diminuent graduellement à travers la couche intermédiaire et s'établissent à un certain niveau dans la sous-couche visqueuse; tandis que la contribution de cette phase à la variance du signal complet croît dans la même région et s'établit au niveau d'environ 50% dans la sous-couche. Le facteur d'intermittence de la phase des éjections croît brusquement dans la sous-couche et s'établit au niveau d'environ 30% au bord de cette couche; tandis que la contribution de cette dernière phase à la variance totale croît continuellement jusqu'à la zone logarithmique où elle s'établit au niveau d'environ 50%.
- 3.4. Les distributions de probabilité de la phase calme sont sensiblement gaussiennes. La dissymétrie de ces distributions tout près de la paroi s'explique par le fait qu'il s'agit de distributions d'intensité d'un vecteur. La contribution de la phase calme à la variance totale est d'environ 10% seulement dans la couche intermédiaire où elle est présente pendant environ 50% du temps.
- 3.5. Les caractéristiques statistiques des différentes phases déterminées par l'échantillonnage conditionnel des signaux de température sont sensiblement identiques aux caractéristiques déduites des signaux de vitesse. Les fluctuations de température de grande amplitude, étroitement liées aux fluctuations de vitesse elles-mêmes de grande amplitude, appartiennent aux phases intermittentes et contribuent le plus aux échanges thermiques.
- 3.6. L'ensemble des résultats sur le comportement des phases intermittentes indique que les apports de masses de fluide, provenant de la zone logarithmique et des régions plus éloignées de la paroi, sont freinés dans la couche intermédiaire mais pénètrent jusqu'à la sous-couche visqueuse. Dans la sous-couche ces apports provoquent, probablement par formation des vortex en contre-rotation, des éjections de masses de fluide vers la couche intermédiaire. Au bord de la sous-couche ces éjections sont amplifiées par interaction avec l'écoulement local et se propagent dans les régions plus éloignées de la paroi. Ces deux processus

interconnectés sont à la base de tous les échanges turbulents dans les couches pariétales et perturbent d'une façon intermittente l'écoulement présent la plupart du temps et qui est d'essence gaussienne.

- 3.7. Le modèle de "trois fluides" c'est-à-dire de trois phases possédant chacune ses propres caractéristiques statistiques, n'est pas en accord avec l'hypothèse de base de Reynolds. Il s'ensuit que les équations de Reynolds développées pour la détermination des effets moyens d'écoulement turbulent ne conviennent pas à l'analyse des processus dans les couches pariétales et que, si on est obligé de tenir compte des propriétés de l'écoulement fluctuant il faut développer de nouveaux procédés de calcul basés sur la présence de trois phases différentes.

REFERENCES

1. ANASTASIJEVIĆ, P., AFGAN, N., & ZARIĆ, Z., Eds. (1970). "*Heat and Mass Transfer in Turbulent Boundary Layers*", Proc. Intern. Sum. School, Herceg Novi, Beograd.
2. ANTONIA, R. A. (1972). Conditionally Sampled Measurements near the Outer Edge of a Turbulent Boundary Layer; *J. Fluid Mech.* 56, 1, 1/18.
3. ARMISTEAD, R. A. Jr. & KEYES, J. J. Jr. (1968). A Study of Wall-Turbulence Phenomena Using Hot-Film Sensors; *J. Heat Transfer* C90, 1, 13.
4. BAKEWELL, H. P. Jr. (1966). An Experimental Investigation of the Viscous Sublayer in Turbulent Pipe Flow; Ph. D. Thesis, Pennsylvania State Univ.
5. BAKEWELL, H. P. Jr. & LUMLEY, J. L. (1967). Viscous Sublayer and Adjacent Wall Region in Turbulent Pipe Flow; *Phys. Fluids* 10, 2, 1880/1889.
6. BATCHELOR, G. K. & TOWNSEND, A. A. (1949). *Proc. Roy. Soc.* A199, 2381.
7. BATCHELOR, G. K.: HOWELLS, I. D. & TOWNSEND, A. A. (1959). Small Scale Variations of Convected Quantities Like Temperature in Turbulent Fluids, Part 2; *J. Fluid Mech.* 5, 134/139.
8. BELLHOUSE, B. J. & SCHULTZ, D. L. (1966). Determination of Mean and Dynamic Skin Friction Separation and Transition in Low-Speed Flow with a Thin-Film Heated Element; *J. Fluid Mech.* 84, 2, 379.
9. BETCHOV, R. (1973). Non-Gaussian and Irreversible Events in Isotropic Turbulence; à paraître, communication personnelle.
10. BETCHOV, R. & LORENZEN, C. (1973). On Phase Relationship in Isotropic Turbulence; à paraître, communication personnelle.
11. BLACKWELDER, R. F. & KAPLAN, R. E. (1972). The Intermittent Structure of the Wall Region of a Turbulent Boundary Layer; XIII IUTAM Meeting, Moscow.
12. BLACKWELDER, R. F. & KOVASZNAY, L. S. G. (1972a). Large-Scale Motion of a Turbulent Boundary Layer During Relaminarization; *J. Fluid Mech.* 53, 1, 61/83.
13. BLACKWELDER, R. F. & KOVASZNAY, L. S. G. (1972b). Time Scales and Correlations in a Turbulent Boundary Layer); *Phys. Fluids* 15, 9, 1545/1557.

14. BLOM J. (1970). An Experimental Determination of the Turbulent Prandtl Number in a Developing Turbulent Boundary Layer; Thesis, Technische Hogeschool, Eindhoven.
15. BOURKE, P. J. & PULLING, D. J. (1970). A Turbulent Heat Flux Meter and Some Measurements of Turbulence in Air Flow Through a Heated Pipe; *Int. J. Heat Mass Transfer* 13, 8, 1331/1338.
16. BRADSHAW, P., FERRISS, D. H. & ATWELL, N. P. (1966). Calculation of Boundary-Layer Development Using the Turbulent Energy Equation; NPL Aero Rept. 1182.
17. BRANDT, A. & BRADSHAW, P. (1972). Apparatus and Programs for Digital Analysis of Fluctuating Qualities in Turbulent Flow; I. C. Aero Rept. 72-11.
18. BREMHORST, K. & BULLOCK, K. J. (1970). Spectral Measurements of Temperature and Longitudinal Velocity Fluctuations in Air Flow Through a Heated Tube; *Int. J. Heat Mass Transfer* 13, 8, 1313/1331.
19. BRODKEY, R. S., WALLACE, J. M. & ECKELMANN, H. (1973). Some Properties of Truncated Turbulent Signals in Bounded Shear Flows; *Mitt. Max Planck Inst.* 113/73.
20. BULL, M. K. (1967). Wall-Pressure Fluctuations Associated with Subsonic Turbulent Boundary Layer Flow; *J. Fluid Mech.* 28, 4, 719/754.
21. CALVET, P. & LIOUSSE, F. (1971). Mesures locales de températures, pressions et vitesses au moyen de capteurs thermorésistants chauffés par impulsion; *Revue Gen. Thermique* 114, 527/542.
22. CHARNAY, G., COMTE-BELLOT, G. & MATHIEU, J. (1972a). Etat des contraintes et des fluctuations de vitesse dans une couche limite perturbée; *C. R. Acad. Sc.* A274, 1843/1847.
23. CHARNAY, G., COMTE-BELLOT, G. & MATHIEU, J. (1972b). Etude de la frontière libre d'une couche limite turbulente perturbée; *C. R. Acad. Sc.* A275, 13, 615/619.
24. CLARK, J. A. (1968). A Study of Incompressible Turbulent Boundary Layers in Channel Flows; *J. Basic Engng.* D90, 4, 455/468.
25. COANTIC, M. (1966). Contribution à l'étude de la structure de la turbulence dans une conduite de section circulaire; Thèse, Univ. Aix-Marseille.
26. COLES, D. (1962). Interfaces and Intermittency in Turbulent Shear Flow; "*Mécanique de la Turbulence*". CNRS, 229/248.
27. COMTE-BELLOT, G. (1963). Contribution à l'étude de la turbulence de conduite; Thèse, Univ. Grenoble.
28. COMTE-BELLOT, G., STROHL, A. & ALCARAZ, E. (1971). On Aerodynamic Disturbances Caused by Single Hot-Wire Probes; *J. Appl. Mech.* E38, 4, 767/774.

29. COOLEY, J. W. & TURKEY, J. W. (1965). An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series; *Math. Comput.* 19, 297/301.
30. CORINO, E. R. & BRODKEY, R. S. (1969). A Visual Investigation of the Wall Region in Turbulent Flow; *J. Fluid Mech.* 37, 1, 1/30.
31. CORRSIN, S. (1943). Investigation of Flow in an Axially Symmetrical Heated Jet of Air; NACA WR W-94.
32. CORRSIN, S. (1947). Extended Application of the Hot-Wire Anemometer; *Rev. Sci. Instr.* 18, 7, 469/71.
33. CORRSIN, S. (1951). On the Spectrum of Isotropic Temperature Fluctuations in an Isotropic Turbulence; *J. Appl. Physics*, 22, 4, 469/473.
34. CORRSIN, S. (1952). Heat Transfer in Isotropic Turbulence; *J. Appl. Physics* 23, 1, 113/118.
35. CORRSIN, S. (1957). Some Current Problems in Turbulent Shear Flows; in "*Naval Hydrodynamics*", Publ. 515, Nat. Acad. Sc.
36. CORRSIN, S. (1959). Outline of Some Topics in Homogeneous Turbulent Flow; *J. Geophysical Res.* 64, 12, 2134/2150.
37. CORRSIN, S. (1964). Further Generalization of Onsager's Cascade Model for Turbulent Spectra; *Phys. Fluids* 7, 8, 1156/1159.
38. CORRSIN, S. & KISTLER, A. L. (1955). Free Stream Boundaries of Turbulent Flows; NACA Rept. 1244.
39. DAVIES, P. O. A. L. (1966). Turbulence Structure in Free Shear Layers; *AIAA J.* 4, 4, 1071/1078.
40. DAVIES, P. O. A. L. (1969). Recent Developments in Hot Wire Anemometry; Intern. Seminar, Herceg Novi.
41. DAVIES, P. O. A. L. & BRUNN, H. H. (1969). The Performance of Yawed Hot Wire; ISVR Memo 284.
42. DEARDORFF, J. W. (1970). A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Re Numbers; *J. Fluid Mech.* 41, 2, 453/480.
43. DONOHUE, G. L., McLAUGHLIN, D. K. & TIEDERMAN, W. G. (1972). Turbulence Measurements with a Laser Anemometer Measuring Individual Realizations; *Phys. Fluids* 15, 1920/1926.
44. DUHAMEL, P. & PY, B. (1972). Caractère intermittent de la sous-couche visqueuse et interprétation de mesures de densité de probabilité; A. A. A. F., 9^e Colloque d'aérodynamique appliquée.
45. DUMAS, R. (1964). Contribution à l'étude des spectres de turbulence; Publ. Sc. Tech. Ministère de l'Air, No. 404.

46. DUMAS, R., FULACHIER, L., & ARZOUMANIAN, E. (1972). Facteurs d'intermittence et de dyssimétrie des fluctuations de température et de vitesse dans une couche limite turbulente; C.R.Acad. Sc. A274, 3, 267/270.
47. DURST, F., MELLING, A. & WHITELAW, J.H. (1972). Laser Anemometry: A Report on EUROMECH 36; J. Fluid Mech. 56, 1, 143/160.
48. ECKELMANN, H. (1970). An Experimental Investigation of a Turbulent Channel Flow with a Thick Viscous Sublayer; Mitt. Max-Planck Institut., 48/1970.
49. EINSTEIN, H.A. & LI, H. (1956). The Viscous Sublayer along a Smooth Boundary; Proc. ASCE 82, 945.
50. FAGE, A. & TOWNEND, H.C.H. (1932). An Examination of Turbulent Flow with an Ultramicroscope; Proc. Roy. Soc. A135, 656/677.
51. FAVRE, A. (1965). Equations des gaz turbulents compressibles; J. de Mécanique 4, 361/391.
52. FAVRE, A.J., GAVIGLIO, J.J. & DUMAS, R. (1957a). Space-Time Double Correlations and Spectra in a Turbulent Boundary Layer; J. Fluid Mech. 2, 4, 313/342.
53. FAVRE, A.J., GAVIGLIO, J.J. & DUMAS, R.J. (1957b). Further Space-Time Correlations of Velocity in a Turbulent Boundary Layer; J. Fluid Mech. 3, 4, 344/356.
54. FIEDLER, H. (1973). Der Wärmetransport in einer Scherschicht; II IUTAM-IUGG Symp. on Turbulent Diffusion in Environmental Pollution, Charlottesville.
55. FIEDLER, H. & HEAD, M.R. (1966). Intermittency Measurements in the Turbulent Boundary Layer; J. Fluid Mech. 25, 4, 719/735.
56. FORTIER, A. (1963). Sur les propriétés des écoulements turbulents définis par les conditions aux frontières stationnaires; La Houille Blanche 3, 241/254.
57. FORTIER, A. (1968). Asymptotical Theory of Turbulent Boundary Layer; Intern. Sum. School, Herceg Novi, in "*Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*", Pergamon Press, 1972, 199/215.
58. FRENKIEL, F.N. (1951). Frequency Distributions of Velocities in Turbulent Flow; J. Meteorology 8, 316/320.
59. FRENKIEL, F.N. (1952). The Comparison Between the Longitudinal Correlation and Time Correlation in Turbulent Flow; Physical Review 88, 6, 1380/1382.
60. FRENKIEL, F.N. & KLEBANOFF, P.S. (1965a). Les assymétries d'ordre supérieur dans un écoulement turbulent; C.R.Acad. Sc. A260, 6026/6029.

61. FRENKIEL, F.N. & KLEBANOFF, P.S. (1965b). Two-Dimensional Probability Distributions in a Turbulent Field; *Phys. Fluids* 8, 12, 2291/93.
62. FRENKIEL, F. & KLEBANOFF, P.S. (1967). Higher Order Correlations in a Turbulent Field; *Phys. Fluids* 10, 3, 507/20.
63. FRENKIEL, F.N. & KLEBANOFF, P.S. (1971). Statistical Properties of Velocity Derivatives in a Turbulent Field; *J. Fluid Mech.* 48, 1, 183/208.
64. FRENKIEL, F.N. & KLEBANOFF, P.S. (1973). Probability Distributions and correlations in a Turbulent Boundary Layer; *Phys. Fluids* 16, 6, 725/737.
65. GIBSON, C.H., STEGEN, G.R. & WILLIAMS, R.B. (1970). Statistics of the Fine Structure of Turbulent Velocity and Temperature Fields Measured at High Reynolds Number; *J. Fluid Mech.* 41, 1, 153/167.
66. GRANT, H.L. (1958). The Large Eddies of Turbulent Motion; *J. Fluid Mech.* 4, 149/190.
67. GRANT, H.L.; HOUGHES, B.A.; VOGEL, W.M., MOILLET, A. (1968). The Spectrum of Temperature fluctuations in Turbulent Flow; *J. Fluid Mech.* 34, 423/442.
68. GRASS, A.J. (1971). Structural Features of Turbulent Flow Over Smooth and Rough Boundaries; *J. Fluid Mech.* 50, 2, 233/255.
69. GUPTA, A.K. & KAPLAN, R.E. (1972). Statistical Characteristics of Reynolds Stress in a Turbulent Boundary Layer; *Phys. Fluids* 15, 6, 181/185.
70. GUPTA, A.K., LAUFER, J. & KAPLAN, R.E. (1971). Spatial Structure in the Viscous Sublayer; *J. Fluid Mech.* 50, 3, 493/512.
71. GURVICH, A.S. & YAGLOM, A.M. (1967). Breakdown of Eddies and Probability Distributions for Small-Scale Turbulence; *Phys. Fluids* 10, 9, Supl. II, 559/565.
72. HAMA, F.R., LONG, J.D. & HEGARTY, J.C. (1957). On Transition from Laminar to Turbulent Flow; *J. Appl. Physics* 28, 4, 388/394.
73. HANJALIĆ, K. (1970). Two-Dimensional Asymmetric Turbulent Flow in Ducts; Thesis, Imperial College, London.
74. HANRATTY, T.J. (1956). Turbulent Exchange of Mass and Momentum with a Boundary; *J. A. I. Ch. E.* 2, 3, 359/362.
75. HANRATTY, T.J. (1969). The Use of Electrochemical Techniques to Study Flow Fields and Mass Transfer Rates; Int. Seminar, Herceg Novi, 1969, in "*Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*", Pergamon Press, 1972, 919/939.
76. HEDLEY, T.B. & KEFFER, J.F. (1973a). Turbulent/Non-Turbulent Decisions in an Intermittent Flow; à paraître, communication personnelle.

77. HEDLEY, T.B. & KEFFER, J.F. (1973b). Some Turbulent/Non-Turbulent Properties of the Outer Intermittent Region of a Boundary Layer; à paraître, communication personnelle.
78. HENRY, R. (1972). Mise en évidence et analyse des instationnarités élastiques dans les écoulements internes; Thèse, Univ. de Paris.
79. HETTLER, J.P., MUNTZER, P. & SCRIVENER, O. (1964). Frottement turbulent dans les conduites, Mesure des vitesses instantanées au voisinage de la paroi; C.R. Acad. Sc. A258, 17, 4201.
80. HINZE, J.O. (1959). "*Turbulence*", McGraw Hill.
81. IRIBARNE, A.P., HUMMEL, R.L., SMITH, J.W. & FRANTISAK, F. (1969). Transition and Turbulent Flow Parameters in a Smooth Pipe by Direct Flow Visualization; Ch. Eng. Progress, Symposium Series 65, 91, 60/70.
82. JANBERG, K. (1970). Etude expérimentale de la distribution des températures dans le film visqueux, aux grands nombres de Prandtl; Int. J. Heat Mass Transfer 13, 1234/1237.
83. JOHNSON, D.S. (1959). Velocity and Temperature Fluctuation Measurements in a Turbulent Boundary Layer Downstream of a Stepwise Discontinuity in Wall Temperature; J. Appl. Mech. E26, 3, 325/336.
84. KAMPE DE FERIET, J. (1962). Nouvelles conceptions et contributions récentes; "*Mécanique de la Turbulence*". CNRS.
85. KANEVČE, G. & OKA, S. (1973). Correcting Hot-Wire Readings for Influence of Fluid Temperature Variations: DISA Information No. 15, 21/24.
86. KAPLAN, R.E. (1972). Conference à l'Université de Belgrade.
87. KHABAKHPASHEVA, E.M. (1968). Study of Turbulence at a Wall by Stroboscopic Visualization Method; Int. Summer School, Herceg Novi, in "*Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*", Pergamon Press, 1972, 573/576.
88. KHABAKHPASHEVA, E.M., PERPELICA, B.V., MIKHAILOVA, E. C. & ORLOV, V.V. (1968). Metodika i rezultaty issledovaniia pristennoi turbulentnosti v usloviiah teploobmena i povyshennogo urovnia pul' sacii; in, "*Teplo-Massoperenos*", Vol. 1, Energia, Moscow.
89. KIM, H.T., KLINE, S.J. & REYNOLDS, W.C. (1968). An Experimental Study of Turbulence Production Near a Smooth Wall in a Turbulent Boundary Layer with Zero Pressure Gradient; Rpt. MD-20, Stanford Univ.
90. KIM, H.T., KLINE, S.J. & REYNOLDS, W.C. (1971). The Production of Turbulence Near a Smooth Wall in a Turbulent Boundary Layer; J. Fluid Mech. 50, 1, 133/160.
91. KIMBALL, B.A. (1969). The Energy Budget at the Earth's Surface: Basic Concepts of Spectral Analysis by Digital Means: Tech. Rept. ECOM 2-68 1-5, Cornell Univ.

92. KISISEL, I.T.; RAO, A.R.; DELLEUR, J.W. MEYER, L.D. (1971). Turbulence Characteristics of Overland Flow - The Effect of Rainfall and Boundary Roughness; Tech. Rept. 28, Water Resources Lab., Purdue Univ.
93. KISTLER, A.L. (1962). The Structure of the Laminar Sublayer; in "*Mécanique de la Turbulence*", CNRS, 287.
94. KLEBANOFF, P.C. (1955). Characteristics of Turbulence in a Boundary Layer with Zero Pressure Gradient; NACA Rept. 1247.
95. KLEBANOFF, P.C., TIDSTROM, K.D., & SARGENT, L.M. (1962). Three-Dimensional Nature of Boundary Layer Instability; J. Fluid Mech. 12, 1, 1/34.
96. KLINE, S.J., MORKOVIN, M.N., SOVRAN, G. & COCKRELL, D.J., Eds. (1968). "*Computation of Turbulent Boundary Layers*"; Proceedings, Stanford Univ.
97. KLINE, S.J., REYNOLDS, W.C., SCHRAUB, F.A. & RUNSTADLER, P.W. (1967). The Structure of Turbulent Boundary Layers; J. Fluid Mech. 30, 4, 741/773.
98. KLINE, S.J. & RUNSTADLER, P.W. (1959). Some Preliminary Results of Visual Studies of the Flow Models of the Wall Layers of the Turbulent Boundary Layer; J. Appl. Mech. 81, 2, 166/170.
99. KOLMOGOROV, A.N. (1941). The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers: Doklady AN SSSR 30, 301/305, in "*Turbulence*", Interscience Publ., 1961, 151.
100. KOLMOGOROV, A.N. (1962). A Refinement of Previous Hypotheses Concerning the Local Structure of Turbulence in a Viscous Incompressible Fluid at High Re Number; J. Fluid Mech. 13, 1, 82/85.
101. KOVASZNAY, L.S.G. (1967). Structure of the Turbulent Boundary Layer; Phys. Fluids 10, 9/11, 525/530.
102. KOVASZNAY, L.S.G., KIBENS, V. & BLACKWELDER, R.F. (1970). Large Scale Motion in the Intermittent Region of a Turbulent Boundary Layer; J. Fluid Mech. 41, 2, 283/325.
103. KREPLIN, H.P. (1973). Eine Methode zur Linearisierung von Heiss film signalen mit dem Digitalrechner POP-15 und ihre Anwendung bei Messungen in einer turbulenten Kanalströmung; Max-Planck Inst., 2/1973.
104. KUO, A.Y. & CORRSON, S. (1971). Experiments on Internal Intermittency and Fine Structure Distribution Functions in Fully Turbulent Fluid; J. Fluid Mech. 50, 2, 285/319.
105. KUO, A. & CORRSON, S. (1972). Experiments on the Geometry of the Fine-Structure Regions in Fully Turbulent Fluid; J. Fluid Mech. 56, 3, 447/479.

106. KUTATELADZE, S.S. (1971). "*Pristennaia turbulentnost*", Institut Teplofiziki SO AN SSSR, Novosibirsk.
107. KUTATELADZE, S.S., NAKORIAKOV, V.E., BURDUKOV, A.P. & GUZAKOV, A.I. (1971). Spektral'naiia plotnost pul'sacii treniia v turbulentnom pristenom techenii; Doklady AN SSSR 196, 5, 1046/1048.
108. LAHEY, R.T. Jr., & KLINE, S.J. (1968). Representation of Space-Time Velocity and Pressure Fluctuation Correlations by a Tentative Phenomenological Model; Rpt. MD-22, Stanford Univ.
109. LAUFER, J. (1951). Investigation of Turbulent Flow in a Two-Dimensional Channel; NACA Rept. 1053.
110. LAUFER, J. (1954). The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow; NACA Rept. 1174.
111. LAUFER, J. & NARAYANAN, M.A.B. (1971). Mean Period of the Turbulence Production Mechanism in a Boundary Layer; Phys. Fluids 14, 182/183.
112. LAUNDER, B. & SPALDING, D.B. (1971). Turbulence Models and Predictions; Lectures, Imperial College, London.
113. LEE, M.K., ECKELMAN, L.D. & HANRATTY, T.J. (1973). Identification of Turbulent Wall Eddies Through the Phase Relation of the Components of the Fluctuating Velocity Gradient; à paraître, communication personnelle.
114. LEVIN, B.P. (1969). "Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki"; Sovetskoe Radio, Moscow.
115. LU, S.S. & WILLMARTH, W.W. (1972). The Structure of the Reynolds Stress in a Turbulent Boundary Layer; Techn. Rpt. 021490-2-T, Univ. Michigan.
116. LUMLEY, J.L. & PANOFSKY, H.A. (1964). "*The Structure of Atmospheric Turbulence*"; Interscience Publishers.
117. MARCHELLO, J.M. & TOOR, H.L. (1963). A Mixing Model for Transfer Near a Boundary; Ind. Eng. Ch. Fundamentals 2, 1, 8/12.
118. MARCILLAT, J. (1964). Fonctions de répartition des vitesses turbulentes dans une couche limite; Thèse, Univ. d'Aix-Marseille.
119. MATHIEU, J. (1959). Contribution a l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi; Thèse, Univ. de Grenoble.
120. MEEK, R.L. (1972). Mean Period of Fluctuations Near the Wall in Turbulent Flows; AIChE J. 18, 4, 854/855.
121. MEEK, R.L. & BAER, A.D. (1970). The Periodic Viscous Sublayer in Turbulent Flow; AIChE J. 16, 5, 841/848.

122. MILLIAT, J.-P. (1956). Etude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un divergent bidimensionnel parcouru par de l'air; Thèse, Univ. Grenoble.
123. MILLS, R.R. Jr. & CORRSIN, S. (1959). Effect of Contraction on Turbulence and Temperature Fluctuations Generated by a Warm Grid; NASA Memo 5-5-59W.
124. MILLS, R.R. Jr., KISTLER, A.L., O'BRIEN, V. & CORRSIN, S. (1958). Turbulence and Temperature Fluctuations Behind a Heated Grid; NACA TN 4288.
125. MITCHELL, J.E. & HANRATTY, J. (1966). A Study of Turbulence at a Wall Using an Electrochemical Wall Shear-Stress Meter; J. Fluid Mech. 26, 1, 199.
126. MONIN, A.S. & YAGLOM, A.M. (1965). "*Statisticheskaya gidromekhanika*", Vol. 1, Nauka, Moscow.
127. MORRISON, W.R.B. & KRONAUER, R.E. (1969). Structural Similarity for Fully Developed Turbulence in Smooth Tubes; J. Fluid Mech. 39, 1, 117/142.
128. MORRISON, W.R.B., BULLOCK, K.J. & KRONAUER, R.E. (1971). Experimental Evidence of Waves in the Sublayer; J. Fluid Mech. 47, 4, 639/656.
129. NEDDERMAN, R.M. (1961). The Measurements of Velocities in the Wall Region of Turbulent Liquid Pipe Flow; Chem. Eng. Sci. 16, 1/2, 120/126.
130. NICHOLL, C.I.H. (1970). Some Dynamic Effects of Heat on Turbulent Boundary Layer; J. Fluid Mech. 40, 2, 361/384.
131. NIJSING, R. (1969). Predictions of Momentum, Heat and Mass Transfer in Turbulent Channel Flow with the Aid of a Boundary Layer Growth-Breakdown Method; Wärme- und Stoffübertragung 2, 2, 65/86.
132. ORLOV, V.V. (1966). Eksperimental'noe izuchenie pritennoi turbulentnosti v kanale; PMTF, 4, 124/126.
133. ORZAG, S.S. (1970). Analytical Theories of Turbulence; J. Fluid Mech. 41, 2, 363/386.
134. POPOVICH, A.T. (1969). Statistical Laws and the Viscous Sublayer in Turbulent Flow; I&EC Fundamentals 8, 4, 609/614.
135. POPOVICH, A.T. & HUMMEL, R.L. (1967a). A New Method for Non-Disturbing Turbulent Flow Measurements Very Close to a Wall; Chem. Eng. Sci. 22, 21/25.
136. POPOVICH, A.T. & HUMMEL, R.L. (1967b). Experimental Study of the Viscous Sublayer in Turbulent Pipe Flow; AIChE J. 13, 5, 854.
137. PRANDTL, L. (1925). Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten turbulenz; ZAMM 5, 136.

138. PY, B. (1973). Etude tridimensionnelle de la sous-couche visqueuse dans une veine rectangulaire par des mesures de transfert de matière en paroi; *Int. J. Heat Mass Transfer* 16, 1, 129/145.
139. RAO, K.N., NARASIMHA, R. & NARAYANAN, M.A.B. (1971). The "Bursting" Phenomenon in a Turbulent Boundary Layer; *J. Fluid Mech.* 48, 2, 339/352.
140. REICHARDT, H. (1938). Messungen turbulenter Schwankungen; *Naturwissenschaften J.* 26, 404/408.
141. REISS, L.P. & HANRATTY, T.J. (1962). Measurement of Instantaneous Rates of Mass Transfer to a Small Sink on a Wall; *AIChE J.* 8, 2, 245.
142. REISS, L.P. & HANRATTY, T.J. (1963). An Experimental Study of the Unsteady Nature of the Viscous Sublayer; *AIChE J.* 9, 2, 154/160.
143. REYNOLDS, O. (1894). On the Dynamic Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion; *Phyl. Trans. Roy. Soc.* 186, 123/161.
144. RICHARD, J.G. (1972). Etude des profils de températures dans un écoulement turbulent établi dans un tube cylindrique lisse; *Bull. EDF Serie A*, No. 2.
145. RIJST, J.H. & SESONSKE, A. (1966). Turbulent Temperature Fluctuations in Mercury and Ethylene Glycol in Pipe Flow; *Int. J. Heat Mass Transfer* 9, 215/227.
146. SANDBORN, V.A. (1959). Measurements of Intermittency of Turbulent Motion in a Boundary Layer; *J. Fluid Mech.* 6, 2, 221/240.
147. SCHRAUB, F.A. & KLINE, S.J. (1965). A Study of the Structure of the Turbulent Boundary Layer With and Without Longitudinal Pressure Gradients; *Rpt. MD-12*, Stanford Univ.
148. SHAW, P.V. & HANRATTY, T.J. (1964). Fluctuations in the Local Rate of Turbulent Mass Transfer to a Pipe Wall; *AIChE J.* 10, 4, 475/482.
149. SHEIH, C.M. TENNEKES, H. & LUMLEY, J.L. (1971). Airborne Hot-Wire Measurements of the Small-Scale Structure of Atmospheric Turbulence; *Phys. Fluids* 14, 2, 201/215.
150. SHLANCHIAUSKAS, A.A. (1972). Struktura turbulentnogo perenosa u stenki; *"Teplo i massoperenos"*, Vol. 1/1, Minsk.
151. SHLANCHIAUSKAS, A.A. & DRIZHIUS, M.P.M. (1971). Profili temperatury v oblasti stenki v turbulentnom pograničnom sloe razlichnykh zhidkostei; *Trudy AN LSSR*, B1 (64), 189/203.
152. SHLANCHIAUSKAS, A.A., DRIZHIUS, M.R.M. & ZHUKAUSKAS, A.A. (1971). Pul'sacii temperatury v oblasti stenki pri turbulentnom obtekanii plastiyny viazkimi zhidkostiami; *Trudy AN Litovskoi SSR*, B2(65), 143/152.

153. SHLANCHIAUSKAS, A.A. PIADISHIUS, A.A. & ZHUKAUSKAS, A.A. (1971). Universal'nye profili temperatury i turbulentnoe chislo Prandtlia v pogranichnom sloe na plastine v potoke zhidkostei; Trudy AN LSSR, B2 (65), 131/142.
154. SHLANCHIAUSKAS, A.A., VAITEKUNAS, P.P. & ZHUKAUSKAS, A.A. (1971). Metod rascheta treniia i teploobmena v turbulentnom pogranichnom sloe s peremennymi fizicheskimi svoistvami; Trudy AN LSSR, B4 (67), 85/100.
155. SHLANCHIAUSKAS, A.A., VAITEKUNAS, P.P. & ZHUKAUSKAS, A.A. (1972). Raschet treniia i teploobmena plastiny pri turbulentnom obtekanii zhitkostiami s peremennymi fizicheskimi svoistvami; Trudy AN LSSR, B6(73), 139/149.
156. SIMMONS, L.F.G. & SALTER, C. (1934). Experimental Investigation and Analysis of the Velocity Variations in Turbulent Flow; Proc. Roy. Soc. A145, 212/234.
157. SIRKAR, K.K. & HANRATTY, R.J. (1969). Limiting Behavior of the Transverse Turbulent Velocity Fluctuations Close to a Wall; I&EC Fundamentals 8, 2, 189/192.
158. SIRKAR, K.K. & HANRATTY, T.J. (1970a). Relation of Turbulent Mass Transfer to a Wall at High Schmidt Numbers to the Velocity Field; J. Fluid Mech. 44, 3, 589/603.
159. SIRKAR, K.K. & HANRATTY, T.J. (1970b). The Limiting Behaviour of the Turbulent Transverse Velocity Component Close to a Wall! J. Fluid Mech. 44, 3, 605/644.
160. SNYDER, W.H. & MARGOLIS, D.P. (1967). Probability Density Measurements in a Curved Mixing Layer; Phys. Fluids 10, 5, 963.
161. SPENCER, B.W. (1970). Statistical Investigation of Turbulent Velocity and Pressure Fields in a Two-Stream Mixing Layer; Thesis, Univ. of Illinois, Urbana.
162. SPIEGEL, E.A. (1972). Qualitative Model of Turbulent Intermittency; Phys. Fluids 15, 8, 1372/1376.
163. STERNBERG, J. (1962). A Theory for the Viscous Sublayer of a Turbulent Flow; J. Fluid Mech. 13, 2, 241/271.
164. STERNBERG, J. (1967). On the Interpretation of Space-Time Correlation Measurements in Shear Flow; Phys. Fluids 10, 9/11, S146/S152.
165. SUNYACH, M. (1971). Contribution a l'étude des frontières d'écoulements turbulents libres; Thèse, Univ. Lyon.
166. TACCOEN, L. (1971). Contribution a l'étude des échanges thermiques en écoulement turbulent dans un tube; Int. J. Heat Mass Transfer 10, 1649/1660.

167. TACCOEN, L. (1968). Measurement of the Temperature Profiles in a Turbulent Flow of Air in a Tube; Intern. Sum. School, Herceg Novi, in "*Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*", Pergamon Press, 1972, 218/225.
168. TANIMOTO, S. & HANRATTY, T.J. (1963). Fluid Temperature Fluctuations Accompanying Turbulent Heat Transfer in a Pipe; Chem. Engng. Sci. 18, 5, 307/311.
169. TAYLOR, G.L. (1938). The Spectrum of Turbulence; Proc. Roy. Soc. A164, 192/215.
170. TENNEKES, H. & LUMLEY, J.L. (1972). "*A First Course in Turbulence*", MIT Press.
171. TENNEKES, H. & WYNGAARD, J.C. (1972). The Intermittent Small-Scale Structure of Turbulence: Data-Processing Hazards; J. Fluid Mech. 55, 93.
172. THOMAS, L.C. & FAN, L.T. (1971). Adaptation of the Surface Rejuvenation Model to Turbulent Heat and Mass Transfer at a Solid-Fluid Interface; I&EC Fundamentals 10, 1, 135.
173. THOMAS, R.M. (1973). Conditional Sampling and Other Measurements in a Plane Turbulent Wake; J. Fluid Mech. 57, 3, 549/582.
174. TOWNSEND, A.A. (1949). Momentum and Energy Diffusion in the Turbulent Wake of a Cylinder; Proc. Roy. Soc. A197, 124/140.
175. TOWNSEND, A.A. (1951). "*The Structure of Turbulent Shear Flow*", Cambridge Univ. Press.
176. VAN ATTA, C.W. & CHEN, W.Y. (1968). Correlation Measurements in Grid Turbulence Using Digital Harmonic Analysis; J. Fluid Mech. 34, 3, 497/515.
177. VAN THINH, N. (1967). Sur la mesure de la vitesse dans un écoulement turbulent par anémométrie à fil chaud, au voisinage d'une paroi lisse; C.R. Acad. Sc. A264, 25, 1150/1152.
178. VAN THINH, N. (1968). Measurement of the Velocity Near a Smooth Wall and the Determination of the Local Wall Shear Stress in a Turbulent Flow; Intern. Sum. School, Herceg Novi, in "*Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*", Pergamon Press, 1972, 585/591.
179. VAN THINH, N. (1969). On Some Measurements Made by Means of a Hot Wire in a Turbulent Flow Near a Wall; DISA Information No. 7.
180. VAN THINH, N. (1969). Auto-Correlation Measurements of Turbulent Velocity Fluctuations in the Viscous Sublayer Using Real Time Digital Techniques; Int. Seminar, Herceg Novi.
181. WALLACE, J.W., ECKELMANN, H. & BRODKEY, R.S. (1972). The Wall Region in Turbulent Shear Flow; J. Fluid Mech. 54, 1, 39/48.

182. WILLMARTH, W.W. & LU, S.S. (1972). Structure of the Reynolds Stress Near the Wall; *J. Fluid Mech.* 55, 1, 65/92.
183. WILLMARTH, W.W. & TU, B.J. (1967). Structure of Turbulence in the Boundary Layer Near the Wall; *Phys. Fluids* 10, S134/S137.
184. WILLS, J.A.B. (1962). The Correction of Hot-Wire Readings for Proximity to a Solid Boundary; *J. Fluid Mech.* 12, 388.
185. WYGNANSKI, I & FIEDLER, H.E. (1970). The Two-Dimensional Mixing Region; *J. Fluid Mech.* 41, 2, 327/361.
186. WYNGAARD, J.C. & TENNEKES, H. (1970). Measurements of the Small-Scale Structure of Turbulence at Moderate Re Numbers; *Phys. Fluids* 13, 8, 1962/1969.
187. ZARIĆ, Z. (1964a). Etude expérimentale de la convection forcée de la chaleur dans un conduit divergent-convergent; Thèse, Univ. Paris.
188. ZARIĆ, Z. (1964b). Heat Transfer Intensification by use of the Longitudinally Variable Pressure Gradient; *Proc. III UN Conf. Atomic Energy*, P/698.
189. ZARIĆ, Z. (1967). Turbulent Heat Transfer in a Divergent-Convergent Channel; *Proc. JSME Symposium, Tokyo*, 161/170.
190. ZARIĆ, Z. (1968a). Turbulentnyi teploobmen v kanale s peremennym prodol'nim gradientom davleniia; "*Teplo- i Massoperenos*", V9, Nauka i Tehnika, Minsk, 36/56.
191. ZARIĆ, Z. (1968b). Measurements Close to the Wall in a Turbulent Boundary Layer: Intern. Sum. School, Herceg Novi, in "*Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*", Pergamon Press, 1972, 555/571.
192. ZARIĆ, Z. (1969a). Distributions de probabilité des signaux provenant d'un fil chaud en écoulement turbulent; *C.R. Acad. Sc.* A269, 986/989.
193. ZARIĆ, Z. (1969b). Statistical Interpretation of the Velocity Measurements in High Intensity Turbulence; *Intern. Seminar, Herceg Novi*.
194. ZARIĆ, Z. (1970). Caractéristiques statistiques d'écoulement turbulent près des parois chauffées avec gradient de pression longitudinal; *Proc. IV Intern. Heat Transfer Conf.*, Vol. 2, FC 3.10.
195. ZARIĆ, Z. (1972a). Statisticheskii analiz pristennoi'turbulentnosti; in "*Teplo- i massoperenos*", Vol. 9/2, Minsk,
196. ZARIĆ, Z. (1972b). Wall Turbulence Studies; in "*Advances in Heat Transfer*", V. 8, 285/350, Academic Press.
197. ZARIĆ, Z. (1972c). Distribution de probabilité des vitesses et des températures près d'une paroi; *C.R. Acad. Sc.* A275, 459/462.

198. ZARIĆ, Z. (1972d). Analyse statistique de la turbulence près d'une paroi par échantillonnage conditionnel; C.R. Acad. Sc. A275, 513/515.
199. ZARIĆ, Z. (1973). Statistical analysis of Wall Turbulence Phenomena; II IUTAM-IUGG Symp. on Turbulent Diffusion, Charlottesville.

A N N E X E

Notice d'utilisation des tableaux

Avec les notations d'équation (4.19) :

$$MI = \mu$$

$$OM = \Omega$$

$$R = r$$

Pour une combinaison de MI, OM et R on a dans les tableaux les valeurs de:

ρ

S

F

calculées numériquement d'après l'équation (4.19)

MI= 0.00

R= 0.100 0.200 0.300 0.400 0.500 0.600 0.700 0.800 0.900 0.980

OM=1.00 1.908 1.892 1.864 1.826 1.778 1.719 1.650 1.568 1.470 1.366
0.6408 0.6730 0.7236 0.7878 0.8600 0.9333 1.0001 1.0509 1.0710 1.0346
3.2732 3.3640 3.5015 3.6677 3.8403 3.9960 4.1108 4.1607 4.1139 3.9569

OM=1.05 1.907 1.890 1.863 1.825 1.777 1.718 1.649 1.568 1.470 1.366
0.6433 0.6754 0.7257 0.7895 0.8613 0.9342 1.0006 1.0511 1.0710 1.0346
3.2806 3.3706 3.5071 3.6720 3.8433 3.9977 4.1115 4.1604 4.1137 3.9567

OM=1.10 1.903 1.887 1.860 1.822 1.774 1.716 1.647 1.567 1.469 1.365
0.6505 0.6821 0.7315 0.7943 0.8650 0.9367 1.0021 1.0517 1.0709 1.0344
3.3009 3.3890 3.5229 3.6839 3.8516 4.0026 4.1136 4.1605 4.1129 3.9563

OM=1.20 1.890 1.875 1.848 1.811 1.765 1.708 1.641 1.562 1.466 1.365
0.6753 0.7051 0.7516 0.8109 0.8776 0.9454 1.0071 1.0537 1.0708 1.0338
3.3703 3.4518 3.5754 3.7247 3.8799 4.0192 4.1205 4.1607 4.1101 3.9547

OM=1.30 1.872 1.857 1.832 1.796 1.752 1.697 1.632 1.555 1.462 1.364
0.7090 0.7362 0.7790 0.8335 0.8948 0.9573 1.0139 1.0563 1.0705 1.0330
3.4624 3.5321 3.6454 3.7789 3.9173 4.0409 4.1293 4.1605 4.1059 3.9524

OM=1.40 1.851 1.837 1.812 1.779 1.736 1.683 1.621 1.547 1.458 1.362
0.7466 0.7711 0.8096 0.8588 0.9142 0.9705 1.0215 1.0591 1.0701 1.0320
3.5622 3.6254 3.7215 3.8376 3.9577 4.0642 4.1383 4.1596 4.1008 3.9497

OM=1.60 1.805 1.792 1.770 1.740 1.701 1.654 1.597 1.530 1.447 1.359
0.8214 0.8406 0.8707 0.9093 0.9528 0.9970 1.0365 1.0644 1.0687 1.0297
3.7500 3.7955 3.8646 3.9477 4.0329 4.1063 4.1527 4.1549 4.0885 3.9436

OM=1.80 1.758 1.747 1.728 1.701 1.666 1.624 1.573 1.512 1.437 1.356
0.8859 0.9006 0.9236 0.9531 0.9862 1.0197 1.0490 1.0682 1.0666 1.0272
3.8981 3.9295 3.9768 4.0333 4.0900 4.1362 4.1599 4.1465 4.0747 3.9372

OM=2.10 1.696 1.687 1.670 1.648 1.619 1.583 1.539 1.486 1.422 1.351
0.9579 0.9675 0.9825 1.0017 1.0231 1.0442 1.0618 1.0709 1.0626 1.0236
4.0421 4.0590 4.0841 4.1131 4.1400 4.1579 4.1578 4.1290 4.0537 3.9281

OM=2.50 1.629 1.621 1.608 1.590 1.567 1.537 1.502 1.459 1.405 1.347
1.0161 1.0214 1.0298 1.0403 1.0517 1.0623 1.0697 1.0702 1.0565 1.0192
4.1319 4.1382 4.1469 4.1555 4.1605 4.1574 4.1404 4.1016 4.0277 3.9176

OM=6.00 1.415 1.412 1.409 1.403 1.397 1.388 1.377 1.364 1.348 1.330
1.0603 1.0595 1.0581 1.0559 1.0528 1.0485 1.0423 1.0336 1.0202 1.0037
4.0430 4.0396 4.0338 4.0253 4.0138 3.9987 3.9792 3.9540 3.9201 3.8827

MI= 0.50

R= 0.100 0.200 0.300 0.400 0.500 0.600 0.700 0.800 0.900 0.980

UM=1.00 1.936 1.926 1.909 1.885 1.856 1.821 1.780 1.736 1.694 1.671
0.5957 0.6188 0.6561 0.7058 0.7657 0.8334 0.9073 0.9874 1.0825 1.1996
3.1649 3.2318 3.3375 3.4740 3.6314 3.7987 3.9656 4.1243 4.2768 4.4194

UM=1.05 1.924 1.914 1.897 1.874 1.844 1.809 1.768 1.724 1.681 1.657
0.6131 0.6355 0.6716 0.7196 0.7774 0.8427 0.9136 0.9900 1.0800 1.1915
3.2022 3.2664 3.3679 3.4987 3.6493 3.8089 3.9673 4.1167 4.2585 4.3913

UM=1.10 1.912 1.901 1.885 1.861 1.832 1.797 1.756 1.712 1.668 1.644
0.6324 0.6539 0.6886 0.7348 0.7903 0.8528 0.9205 0.9931 1.0780 1.1839
3.2452 3.3063 3.4028 3.5272 3.6701 3.8212 3.9705 4.1103 4.2415 4.3644

UM=1.20 1.885 1.875 1.859 1.836 1.807 1.773 1.733 1.689 1.645 1.619
0.6739 0.6935 0.7251 0.7671 0.8175 0.8741 0.9351 0.9999 1.0750 1.1696
3.3400 3.3942 3.4798 3.5900 3.7162 3.8492 3.9795 4.0998 4.2103 4.3143

UM=1.30 1.857 1.848 1.832 1.810 1.782 1.749 1.710 1.668 1.623 1.597
0.7163 0.7339 0.7621 0.7997 0.8447 0.8953 0.9495 1.0069 1.0726 1.1567
3.4366 3.4837 3.5580 3.6536 3.7629 3.8776 3.9892 4.0909 4.1823 4.2690

UM=1.40 1.829 1.820 1.805 1.785 1.758 1.726 1.689 1.647 1.604 1.577
0.7569 0.7725 0.7974 0.8307 0.8706 0.9152 0.9630 1.0133 1.0706 1.1448
3.5274 3.5677 3.6313 3.7129 3.8062 3.9037 3.9978 4.0823 4.1566 4.2280

UM=1.60 1.776 1.768 1.755 1.736 1.712 1.683 1.649 1.610 1.569 1.543
0.8278 0.8398 0.8590 0.8845 0.9151 0.9493 0.9857 1.0236 1.0665 1.1240
3.6783 3.7069 3.7521 3.8100 3.8758 3.9439 4.0085 4.0644 4.1107 4.1572

UM=1.80 1.729 1.722 1.709 1.693 1.671 1.645 1.614 1.579 1.541 1.515
0.8831 0.8921 0.9067 0.9260 0.9491 0.9749 1.0022 1.0303 1.0620 1.1064
3.7854 3.8053 3.8366 3.8766 3.9217 3.9677 4.0101 4.0447 4.0707 4.0991

UM=2.10 1.668 1.662 1.652 1.638 1.620 1.597 1.571 1.540 1.507 1.483
0.9404 0.9463 0.9558 0.9685 0.9835 1.0001 1.0174 1.0350 1.0545 1.0845
3.8809 3.8921 3.9097 3.9317 3.9560 3.9798 3.9999 4.0134 4.0196 4.0300

UM=2.50 1.606 1.601 1.593 1.581 1.566 1.548 1.526 1.501 1.473 1.453
0.9839 0.9872 0.9926 0.9996 1.0079 1.0168 1.0259 1.0346 1.0441 1.0618
3.9334 3.9382 3.9456 3.9544 3.9634 3.9707 3.9745 3.9728 3.9651 3.9624

UM=6.00 1.416 1.415 1.412 1.409 1.405 1.399 1.392 1.385 1.376 1.374
1.0060 1.0055 1.0047 1.0035 1.0018 0.9996 0.9966 0.9928 0.9883 0.9866
3.8359 3.8342 3.8314 3.8272 3.8217 3.8145 3.8055 3.7945 3.7813 3.7727

MI= 1.00

R= 0.100 0.200 0.300 0.400 0.500 0.600 0.700 0.800 0.900 0.980

UM=1.00	2.146 0.3888 2.8709	2.145 0.4080 2.9273	2.144 0.4405 3.0109	2.142 0.4872 3.1271	2.141 0.5496 3.2757	2.143 0.6309 3.4570	2.148 0.7363 3.6729	2.159 0.8755 3.9281	2.182 1.0633 4.2336	2.208 1.2556 4.5296
UM=1.05	2.115 0.4120 2.8951	2.114 0.4331 2.9427	2.112 0.4608 3.0216	2.110 0.5048 3.1313	2.108 0.5638 3.2715	2.109 0.6404 3.4425	2.113 0.7399 3.6459	2.123 0.8716 3.8861	2.144 1.0503 4.1733	2.170 1.2347 4.4511
UM=1.10	2.085 0.4349 2.9151	2.084 0.4520 2.9600	2.082 0.4809 3.0344	2.080 0.5225 3.1377	2.078 0.5780 3.2697	2.078 0.6503 3.4306	2.081 0.7441 3.6220	2.090 0.8686 3.8478	2.110 1.0384 4.1176	2.134 1.2148 4.3782
UM=1.20	2.032 0.4785 2.9572	2.030 0.4938 2.9968	2.028 0.5195 3.0625	2.025 0.5564 3.1538	2.023 0.6058 3.2704	2.022 0.6699 3.4124	2.023 0.7533 3.5813	2.031 0.8643 3.7805	2.048 1.0172 4.0182	2.070 1.1782 4.2472
UM=1.30	1.985 0.5182 2.9978	1.983 0.5317 3.0327	1.981 0.5546 3.0905	1.978 0.5873 3.1709	1.975 0.6312 3.2735	1.973 0.6882 3.3987	1.975 0.7624 3.5475	1.979 0.8614 3.7230	1.994 0.9989 3.9325	2.015 1.1453 4.1339
UM=1.40	1.943 0.5532 3.0343	1.941 0.5562 3.0650	1.939 0.5856 3.1158	1.936 0.6147 3.1865	1.933 0.6537 3.2769	1.930 0.7044 3.3871	1.930 0.7706 3.5183	1.935 0.8590 3.6732	1.948 0.9827 3.8580	1.966 1.1159 4.0356
UM=1.60	1.873 0.6098 3.0921	1.872 0.6193 3.1159	1.869 0.6355 3.1553	1.866 0.6587 3.2102	1.862 0.6897 3.2806	1.859 0.7303 3.3666	1.858 0.7832 3.4691	1.861 0.8544 3.5905	1.871 0.9550 3.7356	1.887 1.0656 3.8754
UM=1.80	1.817 0.6509 3.1310	1.816 0.6586 3.1496	1.813 0.6716 3.1805	1.810 0.6903 3.2237	1.807 0.7154 3.2791	1.804 0.7481 3.3470	1.802 0.7911 3.4282	1.804 0.8491 3.5245	1.812 0.9318 3.6400	1.826 1.0245 3.7522
UM=2.10	1.752 0.6918 3.1635	1.751 0.6974 3.1768	1.749 0.7070 3.1989	1.746 0.7209 3.2298	1.743 0.7395 3.2695	1.740 0.7640 3.3185	1.738 0.7962 3.3772	1.739 0.8400 3.4472	1.745 0.9030 3.5315	1.758 0.9746 3.6146
UM=2.50	1.690 0.7217 3.1788	1.689 0.7256 3.1877	1.687 0.7324 3.2026	1.685 0.7421 3.2234	1.683 0.7552 3.2503	1.680 0.7726 3.2835	1.678 0.7955 3.3236	1.678 0.8270 3.3717	1.682 0.8725 3.4298	1.694 0.9217 3.4850
UM=6.00	1.521 0.7374 3.1274	1.521 0.7380 3.1286	1.520 0.7390 3.1305	1.520 0.7406 3.1334	1.519 0.7427 3.1372	1.519 0.7455 3.1481	1.518 0.7494 3.1477	1.519 0.7546 3.1551	1.524 0.7615 3.1653	1.552 0.7749 3.1871

MI= 1.50

R= 0.100 0.200 0.300 0.400 0.500 0.600 0.700 0.800 0.900 0.980

UM=1.00 2.581 2.585 2.593 2.604 2.620 2.641 2.668 2.702 2.745 2.784
0.1980 0.2195 0.2564 0.3101 0.3830 0.4786 0.6014 0.7572 0.9512 1.1343
2.8264 2.8621 2.9219 3.0062 3.1159 3.2526 3.4194 3.6228 3.8760 4.1261

UM=1.15 2.529 2.533 2.540 2.551 2.566 2.585 2.611 2.644 2.685 2.722
0.2146 0.2349 0.2697 0.3204 0.3893 0.4797 0.5960 0.7439 0.9287 1.1031
2.8202 2.8539 2.9101 2.9893 3.0922 3.2199 3.3752 3.5635 3.7966 4.0253

UM=1.10 2.482 2.486 2.493 2.503 2.516 2.535 2.559 2.590 2.630 2.666
0.2308 0.2500 0.2829 0.3308 0.3960 0.4814 0.5915 0.7320 0.9078 1.0746
2.8155 2.8472 2.9001 2.9745 3.0710 3.1905 3.3352 3.5098 3.7247 3.9353

UM=1.20 2.400 2.403 2.409 2.418 2.430 2.447 2.468 2.497 2.534 2.568
0.2615 0.2787 0.3081 0.3510 0.4092 0.4858 0.5847 0.7112 0.8704 1.0232
2.8089 2.8370 2.8839 2.9497 3.0347 3.1396 3.2657 3.4164 3.6000 3.7813

UM=1.30 2.331 2.334 2.339 2.347 2.358 2.372 2.392 2.418 2.452 2.485
0.2889 0.3043 0.3308 0.3693 0.4216 0.4905 0.5794 0.6935 0.8377 0.9762
2.8046 2.8295 2.8711 2.9294 3.0046 3.0970 3.2074 3.3384 3.4961 3.6520

UM=1.40 2.272 2.275 2.280 2.287 2.296 2.310 2.327 2.351 2.382 2.413
0.3129 0.3268 0.3506 0.3854 0.4326 0.4947 0.5750 0.6781 0.8090 0.9333
2.8014 2.8236 2.8606 2.9124 2.9791 3.0607 3.1579 3.2723 3.4089 3.5411

UM=1.60 2.179 2.181 2.185 2.191 2.199 2.210 2.224 2.244 2.271 2.295
0.3511 0.3626 0.3822 0.4109 0.4498 0.5009 0.5670 0.6520 0.7606 0.8648
2.7962 2.8140 2.8435 2.8848 2.9378 3.0024 3.0787 3.1674 3.2718 3.3700

UM=1.80 2.109 2.111 2.114 2.119 2.125 2.134 2.147 2.163 2.186 2.210
0.3786 0.3883 0.4048 0.4288 0.4614 0.5041 0.5593 0.6304 0.7214 0.8112
2.7913 2.8056 2.8295 2.8629 2.9056 2.9575 3.0185 3.0887 3.1703 3.2495

UM=2.10 2.032 2.034 2.036 2.040 2.045 2.052 2.062 2.074 2.093 2.112
0.4058 0.4134 0.4265 0.4454 0.4711 0.5047 0.5479 0.6034 0.6748 0.7416
2.7836 2.7944 2.8122 2.8371 2.8688 2.9072 2.9520 3.0031 3.0616 3.1149

UM=2.50 1.964 1.965 1.967 1.970 1.973 1.978 1.985 1.994 2.008 2.019
0.4258 0.4316 0.4416 0.4560 0.4754 0.5008 0.5333 0.5748 0.6283 0.6838
2.7738 2.7815 2.7941 2.8116 2.8339 2.8607 2.8917 2.9267 2.9664 3.0018

UM=6.00 1.807 1.807 1.806 1.806 1.805 1.804 1.802 1.798 1.797 1.831
0.4402 0.4416 0.4439 0.4471 0.4513 0.4564 0.4624 0.4694 0.4780 0.4950
2.7409 2.7418 2.7433 2.7453 2.7476 2.7500 2.7523 2.7544 2.7578 2.7814

MI= 2.00

R=	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	0.980
UM=1.00	3.135 0.0814 2.9133	3.143 0.1048 2.9317	3.155 0.1446 2.9626	3.172 0.2018 3.0070	3.195 0.2780 3.0663	3.223 0.3749 3.1435	3.257 0.4944 3.2434	3.297 0.6389 3.3730	3.342 0.8107 3.5420	3.383 0.9705 3.7144
UM=1.05	3.063 0.0894 2.9029	3.070 0.1117 2.9197	3.082 0.1495 2.9478	3.099 0.2040 2.9882	3.121 0.2765 3.0418	3.148 0.3687 3.1112	3.181 0.4826 3.2004	3.219 0.6201 3.3162	3.263 0.7833 3.4672	3.302 0.9338 3.6207
UM=1.10	2.998 0.0974 2.8928	3.005 0.1186 2.9082	3.016 0.1546 2.9341	3.032 0.2065 2.9708	3.054 0.2755 3.0195	3.080 0.3634 3.0819	3.111 0.4719 3.1619	3.148 0.6028 3.2655	3.190 0.7580 3.4008	3.227 0.9002 3.5373
UM=1.20	2.887 0.1129 2.8738	2.893 0.1321 2.8869	2.903 0.1648 2.9088	2.918 0.2119 2.9397	2.938 0.2747 2.9800	2.962 0.3546 3.0311	2.992 0.4533 3.0958	3.026 0.5722 3.1793	3.065 0.7128 3.2883	3.099 0.8421 3.3988
UM=1.30	2.794 0.1271 2.8565	2.800 0.1446 2.8677	2.810 0.1744 2.8864	2.823 0.2173 2.9125	2.842 0.2745 2.9463	2.864 0.3474 2.9885	2.892 0.4374 3.0414	2.924 0.5457 3.1091	2.960 0.6734 3.1976	2.993 0.7910 3.2891
UM=1.40	2.717 0.1396 2.8408	2.722 0.1557 2.8505	2.731 0.1829 2.8666	2.744 0.2221 2.8888	2.761 0.2744 2.9174	2.782 0.3412 2.9526	2.808 0.4335 2.9961	2.838 0.5225 3.0514	2.872 0.6389 3.1237	2.902 0.7444 3.1980
UM=1.60	2.597 0.1599 2.8141	2.601 0.1734 2.8215	2.609 0.1965 2.8335	2.620 0.2297 2.8500	2.635 0.2740 2.8707	2.654 0.3304 2.8957	2.676 0.4000 2.9257	2.702 0.4835 2.9631	2.732 0.5813 3.0121	2.758 0.6708 3.0622
UM=1.80	2.508 0.1745 2.7930	2.512 0.1868 2.7986	2.519 0.2059 2.8078	2.529 0.2345 2.8202	2.542 0.2725 2.8355	2.559 0.3209 2.8534	2.578 0.3805 2.8744	2.601 0.4519 2.9001	2.628 0.5351 2.9339	2.653 0.6099 2.9702
UM=2.10	2.414 0.1888 2.7694	2.417 0.1983 2.7732	2.423 0.2145 2.7794	2.431 0.2377 2.7876	2.442 0.2687 2.7974	2.456 0.3080 2.8085	2.473 0.3564 2.8209	2.492 0.4141 2.8355	2.514 0.4808 2.8550	2.532 0.5420 2.8741
UM=2.50	2.331 0.1989 2.7442	2.334 0.2084 2.7505	2.338 0.2192 2.7542	2.345 0.2376 2.7590	2.355 0.2620 2.7645	2.366 0.2930 2.7703	2.380 0.3311 2.7762	2.395 0.3760 2.7825	2.413 0.4274 2.7916	2.430 0.4724 2.8035
UM=6.00	2.139 0.2046 2.7041	2.140 0.2025 2.7042	2.142 0.2057 2.7043	2.144 0.2103 2.7044	2.146 0.2162 2.7046	2.151 0.2239 2.7047	2.157 0.2343 2.7052	2.171 0.2501 2.7067	2.202 0.2790 2.7095	2.228 0.3054 2.7088

MI= 2.50

R= 0.100 0.200 0.300 0.400 0.500 0.600 0.700 0.800 0.900 0.980

UM=1.00 3.768 3.775 3.788 3.805 3.827 3.854 3.886 3.923 3.965 4.002
0.0394 0.0615 0.0987 0.1516 0.2210 0.3077 0.4130 0.5381 0.6850 0.8200
2.9646 2.9724 2.9862 3.0070 3.0371 3.0791 3.1373 3.2164 3.3223 3.4304

UM=1.05 3.679 3.686 3.677 3.714 3.735 3.761 3.792 3.838 3.868 3.905
0.0428 0.0638 0.0993 0.1497 0.2158 0.2984 0.3985 0.5173 0.6564 0.7841
2.9586 2.9649 2.9760 2.9930 3.0176 3.0526 3.1015 3.1690 3.2604 3.3553

UM=1.10 3.599 3.605 3.617 3.632 3.653 3.678 3.708 3.742 3.781 3.816
0.0461 0.0662 0.1001 0.1482 0.2113 0.2900 0.3852 0.4981 0.6259 0.7501
2.9525 2.9575 2.9664 2.9801 3.0002 3.0290 3.0699 3.1273 3.2062 3.2889

UM=1.20 3.461 3.467 3.478 3.492 3.511 3.535 3.562 3.594 3.629 3.660
0.0643 0.0798 0.1058 0.1427 0.1910 0.2511 0.3235 0.4084 0.5063 0.5943
2.9403 2.9433 2.9487 2.9572 2.9700 2.9890 3.0171 3.0582 3.1166 3.1780

UM=1.30 3.348 3.354 3.364 3.377 3.395 3.416 3.442 3.471 3.504 3.534
0.0528 0.0711 0.1081 0.1460 0.2034 0.2751 0.3617 0.4639 0.5827 0.6904
2.9284 2.9299 2.9328 2.9375 2.9449 2.9566 2.9751 3.0038 3.0466 3.0938

UM=1.40 3.254 3.260 3.269 3.281 3.298 3.318 3.342 3.369 3.400 3.427
0.0589 0.0757 0.1041 0.1442 0.1968 0.2623 0.3413 0.4343 0.5419 0.6399
2.9171 2.9176 2.9185 2.9204 2.9238 2.9301 2.9413 2.9605 2.9913 3.0267

UM=1.60 3.110 3.114 3.122 3.133 3.147 3.165 3.186 3.210 3.236 3.260
0.0729 0.0861 0.1083 0.1397 0.1808 0.2319 0.2933 0.3652 0.4472 0.5216
2.8971 2.8961 2.8946 2.8928 2.8909 2.8900 2.8914 2.8976 2.9117 2.9306

UM=1.80 3.004 3.008 3.015 3.025 3.037 3.053 3.071 3.092 3.115 3.135
0.0791 0.0904 0.1096 0.1367 0.1730 0.2160 0.2688 0.3304 0.4005 0.4619
2.8808 2.8790 2.8761 2.8721 2.8672 2.8620 2.8578 2.8562 2.8595 2.8679

UM=2.10 2.893 2.897 2.902 2.910 2.921 2.933 2.949 2.967 2.987 3.004
0.0848 0.0941 0.1097 0.1318 0.1606 0.1963 0.2392 0.2893 0.3467 0.3955
2.8625 2.8601 2.8560 2.8503 2.8431 2.8437 2.8259 2.8181 2.8123 2.8133

UM=2.50 2.798 2.801 2.805 2.811 2.819 2.830 2.842 2.856 2.875 2.879
0.0884 0.0957 0.1079 0.1253 0.1479 0.1759 0.2094 0.2482 0.2937 0.3308
2.8455 2.8438 2.8392 2.8327 2.8244 2.8143 2.8031 2.7920 2.7825 2.7686

UM=6.00 2.594 2.593 2.593 2.593 2.592 2.593 2.595 2.601 2.622 2.656
0.0884 0.0895 0.0913 0.0940 0.0976 0.1027 0.1098 0.1211 0.1447 0.1797
2.8189 2.8187 2.8158 2.8132 2.8098 2.8055 2.8004 2.7936 2.7811 2.7615

MI= 3.00

R=	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	0.980
UM=1.00	4.431 0.0226 2.9851	4.438 0.0423 2.9884	4.449 0.0754 2.9945	4.464 0.1222 3.0047	4.484 0.1832 3.0205	4.509 0.2589 3.0442	4.537 0.3502 3.0785	4.571 0.4580 3.1266	4.609 0.5837 3.1923	4.642 0.6976 3.2599
UM=1.05	4.325 0.0240 2.9822	4.332 0.0427 2.9841	4.342 0.0742 2.9879	4.357 0.1187 2.9946	4.376 0.1766 3.0058	4.400 0.2485 3.0234	4.427 0.3350 3.0502	4.459 0.4370 3.0889	4.495 0.5555 3.1433	4.527 0.6633 3.1999
UM=1.10	4.231 0.0254 2.9792	4.237 0.0432 2.9800	4.267 0.0732 2.9818	4.261 0.1155 2.9856	4.279 0.1706 2.9929	4.302 0.2389 3.0054	4.328 0.3210 3.0256	4.358 0.4176 3.0564	4.393 0.5296 3.1010	4.424 0.6316 3.1489
UM=1.20	4.069 0.0281 2.9731	4.074 0.0443 2.9721	4.084 0.0715 2.9709	4.097 0.1100 2.9702	4.114 0.1600 2.9713	4.134 0.2220 2.9757	4.158 0.2962 2.9857	4.183 0.3831 3.0038	4.218 0.4836 3.0327	4.245 0.5743 3.0654
UM=1.30	3.937 0.0305 2.9670	3.942 0.0453 2.9647	3.950 0.0702 2.9614	3.962 0.1053 2.9575	3.978 0.1509 2.9542	3.997 0.2072 2.9528	4.019 0.2747 2.9553	4.045 0.3535 2.9639	4.074 0.4441 2.9810	4.100 0.5262 3.0027
UM=1.40	3.827 0.0326 2.9610	3.832 0.0462 2.9579	3.840 0.0689 2.9531	3.851 0.1011 2.9470	3.866 0.1428 2.9405	3.883 0.1943 2.9348	3.904 0.2559 2.9318	3.928 0.3277 2.9333	3.954 0.4099 2.9415	3.977 0.4835 2.9552
UM=1.60	3.659 0.0358 2.9502	3.663 0.0473 2.9462	3.670 0.0665 2.9396	3.680 0.0937 2.9309	3.692 0.1290 2.9208	3.707 0.1725 2.9096	3.725 0.2244 2.8994	3.746 0.2847 2.8919	3.769 0.3537 2.8882	3.788 0.4140 2.8904
UM=1.80	3.538 0.0379 2.9411	3.541 0.0477 2.9367	3.547 0.0642 2.9295	3.555 0.0834 2.9197	3.566 0.1175 2.9076	3.579 0.1547 2.8939	3.595 0.1991 2.8799	3.613 0.2504 2.8672	3.633 0.3090 2.8575	3.645 0.3593 2.8491
UM=2.10	3.411 0.0397 2.9308	3.414 0.0475 2.9264	3.419 0.0607 2.9191	3.425 0.0793 2.9090	3.433 0.1035 2.8961	3.444 0.1335 2.8811	3.457 0.1693 2.8646	3.472 0.2107 2.8480	3.487 0.2567 2.8334	3.516 0.3046 2.8275
UM=2.50	3.303 0.0406 2.9216	3.305 0.0465 2.9176	3.308 0.0565 2.9110	3.313 0.0706 2.9016	3.320 0.0892 2.8895	3.328 0.1124 2.8747	3.338 0.1401 2.8578	3.350 0.1724 2.8398	3.363 0.2091 2.8208	3.365 0.2360 2.8059
UM=6.00	3.079 0.0419 2.9013	3.078 0.0423 2.9012	3.077 0.0429 2.9008	3.076 0.0439 2.9001	3.075 0.0456 2.8987	3.074 0.0482 2.8965	3.074 0.0521 2.8928	3.076 0.0585 2.8865	3.085 0.0724 2.8721	3.110 0.1023 2.8380

MI= 3.50

R=	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	0.980
UM=1.00	5.109 0.0151 2.9924	5.115 0.0325 2.9939	5.125 0.0616 2.9969	5.139 0.1027 3.0023	5.156 0.1562 3.0114	5.178 0.2224 3.0254	5.203 0.3020 3.0462	5.233 0.3956 3.0759	5.267 0.5041 3.1172	5.297 0.6026 3.1605
UM=1.05	4.987 0.0156 2.9910	4.993 0.0321 2.9913	5.002 0.0598 2.9923	5.015 0.0987 2.9949	5.032 0.1493 3.0001	5.053 0.2119 3.0093	5.077 0.2870 3.0241	5.105 0.3752 3.0464	5.137 0.4773 3.0788	5.165 0.5696 3.1134
UM=1.10	4.878 0.0162 2.9897	4.884 0.0318 2.9889	4.892 0.0581 2.9882	4.905 0.0950 2.9883	4.921 0.1429 2.9903	4.941 0.2022 2.9955	4.964 0.2832 3.0052	4.990 0.3566 3.0213	5.021 0.4528 3.0461	5.048 0.5399 3.0735
UM=1.20	4.693 0.0171 2.9872	4.698 0.0313 2.9848	4.706 0.0551 2.9814	4.717 0.0885 2.9777	4.732 0.1317 2.9747	4.750 0.1850 2.9735	4.771 0.2488 2.9753	4.795 0.3236 2.9817	4.822 0.4095 2.9944	4.847 0.4868 3.0111
UM=1.30	4.514 0.0179 2.9849	4.549 0.0308 2.9814	4.553 0.0524 2.9761	4.564 0.0828 2.9696	4.577 0.1220 2.9629	4.593 0.1702 2.9572	4.613 0.2278 2.9534	4.635 0.2951 2.9528	4.660 0.3726 2.9567	4.682 0.4415 2.9649
UM=1.40	4.417 0.0183 2.9829	4.421 0.0302 2.9786	4.428 0.0500 2.9719	4.437 0.0777 2.9634	4.450 0.1135 2.9541	4.465 0.1573 2.9450	4.482 0.2096 2.9371	4.503 0.2705 2.9315	4.526 0.3406 2.9292	4.543 0.4014 2.9310
UM=1.60	4.225 0.0187 2.9795	4.229 0.0287 2.9743	4.235 0.0455 2.9660	4.243 0.0689 2.9551	4.254 0.0991 2.9425	4.267 0.1358 2.9293	4.281 0.1794 2.9164	4.299 0.2299 2.9045	4.318 0.2877 2.8946	4.343 0.3400 2.8869
UM=1.80	4.088 0.0184 2.9770	4.091 0.0270 2.9715	4.096 0.0414 2.9625	4.103 0.0615 2.9506	4.112 0.0873 2.9364	4.123 0.1187 2.9240	4.136 0.1555 2.9056	4.151 0.1982 2.8905	4.167 0.2467 2.8760	4.176 0.2854 2.8688
UM=2.10	3.944 0.0173 2.9745	3.946 0.0243 2.9692	3.951 0.0360 2.9603	3.957 0.0523 2.9481	3.964 0.0733 2.9331	3.974 0.0987 2.9164	3.984 0.1282 2.8993	3.996 0.1619 2.8826	4.009 0.2006 2.8656	4.024 0.2369 2.8497
UM=2.50	3.821 0.0156 2.9728	3.823 0.0210 2.9682	3.827 0.0299 2.9603	3.832 0.0427 2.9490	3.838 0.0592 2.9345	3.845 0.0793 2.9176	3.854 0.1023 2.9000	3.862 0.1278 2.8832	3.872 0.1563 2.8666	3.875 0.1774 2.8576
UM=6.00	3.565 0.0112 2.9661	3.565 0.0115 2.9665	3.564 0.0120 2.9669	3.564 0.0128 2.9676	3.563 0.0139 2.9681	3.562 0.0155 2.9683	3.562 0.0181 2.9674	3.563 0.0228 2.9623	3.571 0.0344 2.9470	3.598 0.0685 2.8888

MI= 5.00

R=	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	0.980
OM=1.00	7.181 0.0070 2.9971	7.186 0.0195 2.9974	7.193 0.0404 2.9981	7.202 0.0698 2.9994	7.215 0.1079 3.0017	7.231 0.1549 3.0055	7.249 0.2110 3.0112	7.270 0.2766 3.0195	7.295 0.3521 3.0311	7.316 0.4192 3.0440
OM=1.05	7.011 0.0070 2.9966	7.015 0.0188 2.9962	7.021 0.0384 2.9959	7.031 0.0660 2.9957	7.043 0.1017 2.9960	7.057 0.1457 2.9973	7.075 0.1983 2.9999	7.095 0.2598 3.0045	7.118 0.3304 3.0117	7.137 0.3931 3.0200
OM=1.10	6.859 0.0070 2.9961	6.863 0.0181 2.9953	6.869 0.0365 2.9940	6.878 0.0625 2.9926	6.889 0.0961 2.9913	6.903 0.1374 2.9905	6.919 0.1868 2.9906	6.938 0.2444 2.9922	6.960 0.3106 2.9958	6.980 0.3705 2.9998
OM=1.20	6.602 0.0070 2.9953	6.605 0.0168 2.9937	6.611 0.0332 2.9912	6.619 0.0563 2.9879	6.629 0.0861 2.9841	6.641 0.1228 2.9802	6.656 0.1665 2.9767	6.672 0.2175 2.9738	6.692 0.2760 2.9720	6.709 0.3284 2.9722
OM=1.30	6.394 0.0069 2.9947	6.397 0.0157 2.9926	6.402 0.0304 2.9893	6.409 0.0510 2.9848	6.418 0.0777 2.9794	6.429 0.1104 2.9734	6.442 0.1494 2.9672	6.457 0.1947 2.9613	6.474 0.2467 2.9559	6.489 0.2928 2.9525
OM=1.40	6.223 0.0068 2.9942	6.226 0.0147 2.9918	6.230 0.0279 2.9879	6.236 0.0464 2.9827	6.245 0.0704 2.9762	6.255 0.0998 2.9689	6.266 0.1347 2.9609	6.280 0.1753 2.9530	6.295 0.2217 2.9452	6.310 0.2637 2.9385
OM=1.60	5.962 0.0064 2.9935	5.965 0.0129 2.9909	5.968 0.0237 2.9865	5.973 0.0389 2.9806	5.980 0.0585 2.9732	5.988 0.0825 2.9645	5.998 0.1111 2.9547	6.009 0.1442 2.9442	6.022 0.1817 2.9339	6.033 0.2151 2.9257
OM=1.80	5.776 0.0059 2.9932	5.778 0.0113 2.9905	5.781 0.0203 2.9860	5.785 0.0330 2.9800	5.791 0.0492 2.9725	5.798 0.0692 2.9636	5.806 0.0929 2.9534	5.815 0.1205 2.9420	5.826 0.1518 2.9300	5.835 0.1791 2.9212
OM=2.10	5.583 0.0052 2.9930	5.584 0.0094 2.9904	5.587 0.0164 2.9863	5.590 0.0262 2.9806	5.595 0.0389 2.9735	5.600 0.0544 2.9652	5.606 0.0727 2.9557	5.614 0.0941 2.9448	5.622 0.1187 2.9322	5.630 0.1410 2.9202
OM=2.50	5.420 0.0042 2.9932	5.421 0.0074 2.9909	5.423 0.0126 2.9873	5.425 0.0200 2.9823	5.429 0.0294 2.9760	5.433 0.0409 2.9686	5.437 0.0545 2.9604	5.443 0.0701 2.9515	5.449 0.0879 2.9414	5.454 0.1038 2.9325
OM=6.00	5.080 0.0011 2.9957	5.080 0.0017 2.9951	5.080 0.0027 2.9941	5.081 0.0042 2.9928	5.081 0.0061 2.9910	5.082 0.0084 2.9889	5.083 0.0111 2.9864	5.084 0.0142 2.9834	5.086 0.0178 2.9802	5.087 0.0209 2.9770

MI=10.00

R=	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.800	0.900	0.980
UM=1.00	14.198 0.0024 2.9982	14.200 0.0087 2.9982	14.204 0.0163 2.9983	14.209 0.0341 2.9984	14.215 0.0531 2.9985	14.223 0.0765 2.9987	14.232 0.1042 2.9991	14.243 0.1363 2.9997	14.255 0.1729 3.0005	14.266 0.2054 3.0013
UM=1.05	13.864 0.0023 2.9980	13.866 0.0082 2.9979	13.869 0.0180 2.9976	13.873 0.0318 2.9973	13.879 0.0495 2.9970	13.887 0.0713 2.9966	13.895 0.0971 2.9963	13.905 0.1270 2.9960	13.917 0.1610 2.9958	13.927 0.1912 2.9958
UM=1.10	13.567 0.0022 2.9978	13.569 0.0077 2.9976	13.572 0.0169 2.9971	13.576 0.0297 2.9965	13.582 0.0463 2.9958	13.588 0.0666 2.9949	13.596 0.0907 2.9940	13.606 0.1185 2.9930	13.616 0.1502 2.9921	13.625 0.1784 2.9914
UM=1.20	13.065 0.0020 2.9975	13.067 0.0068 2.9971	13.070 0.0149 2.9964	13.073 0.0261 2.9953	13.078 0.0406 2.9941	13.084 0.0584 2.9926	13.091 0.0795 2.9908	13.099 0.1039 2.9889	13.109 0.1316 2.9868	13.117 0.1563 2.9850
UM=1.30	12.661 0.0018 2.9973	12.663 0.0061 2.9967	12.665 0.0132 2.9958	12.668 0.0231 2.9946	12.673 0.0359 2.9930	12.678 0.0516 2.9911	12.684 0.0702 2.9889	12.691 0.0917 2.9863	12.699 0.1162 2.9835	12.707 0.1379 2.9811
UM=1.40	12.330 0.0017 2.9971	12.332 0.0055 2.9965	12.334 0.0118 2.9955	12.337 0.0206 2.9941	12.341 0.0320 2.9924	12.345 0.0459 2.9902	12.351 0.0624 2.9877	12.357 0.0815 2.9849	12.364 0.1032 2.9817	12.371 0.1225 2.9789
UM=1.60	11.828 0.0014 2.9968	11.829 0.0045 2.9961	11.831 0.0095 2.9951	11.833 0.0166 2.9936	11.837 0.0257 2.9918	11.840 0.0369 2.9895	11.845 0.0501 2.9869	11.850 0.0654 2.9839	11.856 0.0828 2.9805	11.861 0.0982 2.9775
UM=1.80	11.471 0.0012 2.9965	11.472 0.0037 2.9959	11.473 0.0079 2.9949	11.475 0.0137 2.9935	11.478 0.0211 2.9917	11.481 0.0302 2.9896	11.485 0.0410 2.9870	11.489 0.0535 2.9841	11.493 0.0677 2.9808	11.498 0.0803 2.9780
UM=2.10	11.103 0.0010 2.9963	11.103 0.0029 2.9958	11.104 0.0061 2.9949	11.106 0.0105 2.9936	11.108 0.0162 2.9920	11.110 0.0231 2.9901	11.113 0.0313 2.9878	11.116 0.0409 2.9852	11.120 0.0516 2.9823	11.123 0.0612 2.9798
UM=2.50	10.793 0.0008 2.9963	10.793 0.0022 2.9958	10.794 0.0045 2.9951	10.795 0.0077 2.9940	10.796 0.0118 2.9927	10.798 0.0169 2.9911	10.800 0.0229 2.9892	10.802 0.0298 2.9871	10.805 0.0377 2.9846	10.807 0.0446 2.9825
UM=6.00	10.150 0.0002 2.9968	10.150 0.0004 2.9967	10.150 0.0009 2.9965	10.150 0.0015 2.9962	10.151 0.0022 2.9959	10.151 0.0032 2.9956	10.151 0.0043 2.9951	10.152 0.0056 2.9946	10.152 0.0071 2.9940	10.153 0.0083 2.9932

UNIVERSITÉ DE PARIS VI

4, Place Jussieu - 75230 PARIS-CEDEX 05

SERVICE DE LA SCOLARITE

Bureau des Enseignements du 3^e cycle

TÉLÉPHONE : 336-25-25 - 325-12-21

PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : . . . ES. SCIENCES.
THESE DE : . . . PHYSIQUE

NOM : . Monsieur ZARIC

Prénoms : . Zoran

né le 17 Mai . . . 19.29. à . . . Belgrade ^tDep^t: Yougoslavie

1^{ère} THESE : . "Contribution à l'étude statistique de la turbulence pariétale.
.
.
.
.

2^e THESE (Propositions faites par l'Université) :
.
.

PRESIDENT. M. FORTIER

EXAMINATEURS. MM. SIÈS-TRÜNCK

COMOLET

BRUN



Vu et Approuvé

PARIS, le . . . 5 Mars 1974 .

Le Président

de l'Université de PARIS VI

